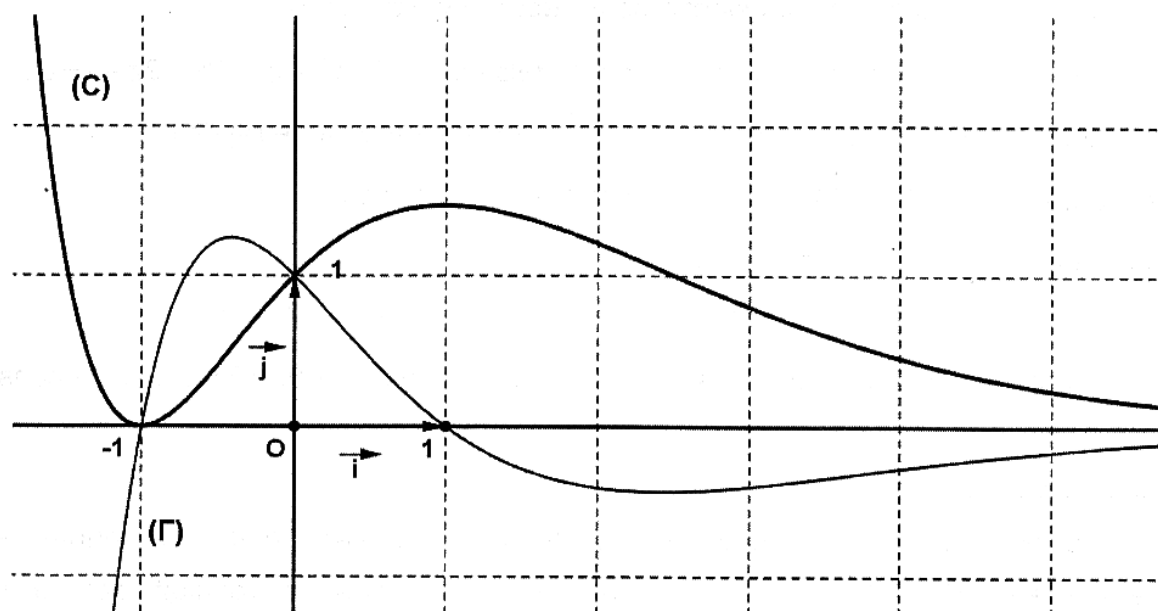


COEFFICIENT : 3

1 / 3

Exercice 3 (6 points)

I) On a représenté ci-dessous, dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, les courbes (C) et (Γ), représentatives d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ et de sa fonction dérivée f' .



- 1) Reconnaître la courbe représentative de f et celle de f' .
- 2) Déterminer $f(0)$, $f'(0)$, $f(-1)$ et $f'(-1)$.
- 3) Calculer l'aire $\mathcal{A}$ de la partie du plan limitée par la courbe de f' , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = -1$ et $x = 0$.

II) La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x + 1)^2 e^{-x}$.

- 1) a) A l'aide d'une double intégration par parties, montrer que $\int_{-1}^0 f(x) dx = 2e - 5$.
 b) Déterminer l'aire $\mathcal{A}'$ de la partie du plan limitée par les courbes (C) et (Γ) et les droites d'équations $x = -1$ et $x = 0$.
- 2) Soit g la restriction de f à l'intervalle $[1, +\infty[$.
 a) Montrer que g réalise une bijection de $[1, +\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.
 b) Montrer que l'équation $g(x) = x$ admet dans $[1, +\infty[$ une solution unique α et que $1,41 < \alpha < 1,42$.
 c) Montrer que g^{-1} est dérivable en α et que $(g^{-1})'(\alpha) = \frac{\alpha + 1}{\alpha(1 - \alpha)}$, (g^{-1} désigne la fonction réciproque de g).

Exercice 4 (4 points)

L'espace $\mathcal{E}$ est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les points $A(1, 0, 0)$, $B(0, 0, 1)$ et $C(1, -1, 1)$.

- 1) a) Déterminer $\overline{AB} \wedge \overline{AC}$. En déduire que les points A, B et C déterminent un plan $\mathcal{P}$.
b) Montrer qu'une équation cartésienne de $\mathcal{P}$ est $x + y + z - 1 = 0$.
- 2) Soit S l'ensemble des points $M(x, y, z)$ de $\mathcal{E}$ tels que : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z + 1 = 0$.
a) Montrer que S est une sphère dont on précisera le centre I et le rayon r.
b) Montrer que $S \cap \mathcal{P}$ est le cercle circonscrit au triangle ABC.
- 3) a) Calculer le volume du tétraèdre IABC.
b) Soit α un réel et soit M un point de $\mathcal{E}$ de coordonnées $(\alpha, 0, 2 - \alpha)$.

Montrer que, lorsque α décrit l'ensemble $\mathbb{R}$, le volume du tétraèdre MABC reste constant.

Exercice 5 (3 points)

Pour étudier la croissance d'une culture bactérienne en milieu liquide non renouvelé on a mesuré, à divers instants t , le nombre x de bactéries par millilitre. Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau suivant, où t est exprimé en heures et x est exprimé en milliers.

t	0	1	2	3	4	5	6
x	9	11,2	14,8	18	22,8	28,8	36,2

On pose $y = \ln x$ où $\ln$ désigne le logarithme népérien.

- 1) a) Recopier et compléter le tableau suivant (on donnera pour y les valeurs arrondies à 10^{-2} près).

t	0	1	2	3	4	5	6
$y = \ln x$	2,20	2,42					3,59

- b) Déterminer le coefficient de corrélation de la série (y, t) .
- 2) a) Déterminer, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite D de régression de y en t . (on arrondira les coefficients à 10^{-2} près).
b) A partir de l'équation de D, déterminer l'expression de x en fonction de t .
c) Donner une estimation du nombre de bactéries par millilitre pour $t = 10$.