

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:



HELIB ABDELKADER
أ. حليب عبد القادر

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

عَيِّن الاقتراح الصحيح الوحيد ، مع التعليل ، من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الأربع الآتية:

(1) إذا كان a عددا صحيحا حيث: $a \equiv -1[5]$ فإن:

(ج) $a \equiv 99[5]$

(ب) $a \equiv 6[5]$

(أ) $a \equiv 2[5]$

(2) باقي القسمة الإقليدية للعدد -99 على 7 هو:

(ج) 1

(ب) 6

(أ) -1

(3) من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $10^n - 1$ يقبل القسمة على:

(ج) 2

(ب) 5

(أ) 3

(4) مجموع كل ثلاثة أعداد طبيعية متعاقبة هو دوماً:

(ج) مضاعف للعدد 4

(ب) مضاعف للعدد 3

(أ) عدد زوجي

التمرين الثاني: (07 نقاط)

(u_n) المتتالية الهندسية التي حدّها الأول u_0 وأساسها q حيث: $u_0 = 2$ و $q = 3$.

(1) احسب u_1 و u_2 .

(2) اكتب u_n بدلالة n ؛ ثم استنتج u_5 .

(3) عَيِّن اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) .

(4) (أ) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1}$.

(ب) استنتج قيمة المجموع: $2 + 6 + 18 + \dots + 486$.

(5) (أ) عَيِّن باقي القسمة الإقليدية على 5 لكل عدد من الأعداد 3 ، 3^2 ، 3^3 و 3^4 .

(ب) استنتج أنّه لكل k من \mathbb{N} ؛ $3^{4k} \equiv 1[5]$.

(6) عَيِّن الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون $3^n - 1$ قابلا للقسمة على 5.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ بـ : $f(x) = \frac{-x+3}{x-2}$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ) احسب النهايات التالية: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$

ب) استنتج معادلات المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f) .

(2) احسب $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

(3) شكّل جدول تغيرات الدالة f .

(4) a و b عدنان حقيقيان ، (Δ) مستقيم معادلته $y = ax + b$.

عين العددين a و b علماً أنّ المستقيم (Δ) مماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

(5) أ) تحقق أنّه لكل x من $\mathbb{R} - \{2\}$: $f(x) = -1 + \frac{1}{x-2}$.

ب) استنتج النقط من المنحنى (C_f) التي إحداثياتها أعداد صحيحة.

(6) أنشئ (Δ) و (C_f) .

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

- (u_n) متتالية حسابية حدّها الأول u_1 وأساسها r حيث: $u_2 = \frac{1}{2}$ و $u_1 - u_3 = 5$.
- (1) أ) بيّن أنّ: $u_1 + u_3 = 1$.
ب) عيّن الحدّ الأول u_1 ؛ ثمّ استنتج أنّ $r = -\frac{5}{2}$.
- (2) اكتب u_n بدلالة n .
- (3) أ) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$.
ب) عيّن قيمة العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $S_n = -\frac{657}{2}$.
- (4) n عدد طبيعي غير معدوم ، نضع: $T_n = u_1 + 2u_2 + 3u_3 + \dots + nu_n$.
أ) تحقّق أنّه لكل n من \mathbb{N}^* : $(n+2)(9-5n) = -5n^2 - n + 18$.
ب) باستعمال الاستدلال بالتراجع ، أثبت أنّه لكل n من \mathbb{N}^* : $T_n = \frac{1}{6}n(n+1)(14-5n)$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

- a و b عدنان صحيحان يحقّقان: $a \equiv 13[7]$ و $b \equiv -6[7]$.
- (1) عيّن باقي القسمة الإقليدية على 7 لكل من العددين a و b .
- (2) بيّن أنّ العددين $a^3 + 1$ و $b^3 - 1$ يقبلان القسمة على 7 .
- (3) أ) تحقّق أنّ: $a \equiv 2015[7]$ و $b \equiv 1436[7]$.
ب) عيّن باقي القسمة الإقليدية على 7 للعدد $2015^3 + 1436^3$.
ج) استنتج أنّ: $2015^3 + 1436^3 - 1962^3 + 1 \equiv 0[7]$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

- f الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = x^3 - 3x + 2$.
- (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- (1) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.
- (2) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ؛ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .
- (3) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يُطلب تعيين إحداثيها .
- (4) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 .
- (5) احسب $f(-2)$ و $f(2)$ ؛ ثمّ أنشئ (T) و (C_f) .
- (6) أ) أنشئ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x + 2$.
ب) حل ، في \mathbb{R} ، بيانيا المتراجحة $f(x) \geq x + 2$.

الإجابة النموذجية لموضوع امتحان البكالوريا دورة: 2015

اختبار في مادة: الرياضيات الشعبة: آداب وفلسفة + لغات أجنبية المدة: 02 سا و 30 د

العلامة		عناصر الإجابة	(الموضوع الأول)												
مجموع	مجزأة														
05 نقاط		التمرين الأول: (05 نقاط)													
	1,25	1. ج) $a \equiv 99[5]$ لأن $99 \equiv -1[5]$ أو $99 + 1 \equiv 0[5]$													
	1,25	2. ب) 6 لأن $6 - 99 \equiv 6[7]$ مضاعف لـ 7 أو $-99 \equiv 6[7]$													
	1,25	3. أ) 3 لأن $10 \equiv 1[3]$ ومنه لكل $n \in \mathbb{N}$ ، $10^n - 1 \equiv 0[3]$													
	1,25	4. ب) مضاعف للعدد 3 لأن لكل $n \in \mathbb{N}$ ، $n + (n+1) + (n+2) = 3(n+1)$													
07 نقاط		التمرين الثاني: (07 نقاط)													
	01	1. $u_1 = 2 \times 3 = 6$ و $u_2 = 6 \times 3 = 18$													
	01	2. $u_5 = 2 \times 3^5 = 486$ ؛ $u_n = 2 \times 3^n$													
	01	3. $u_{n+1} - u_n = 4 \times 3^n > 0$ ومنه (u_n) متزايدة تماما													
	01	4. أ - $S_n = 3^n - 1$													
	01	ب - $2 + 6 + 18 + \dots + 486 = u_0 + u_1 + \dots + u_5 = 728$													
	01	<table><tr><td>العدد</td><td>3</td><td>3^2</td><td>3^3</td><td>3^4</td><td></td></tr><tr><td>الباقي</td><td>3</td><td>4</td><td>2</td><td>1</td><td></td></tr></table>	العدد	3	3^2	3^3	3^4		الباقي	3	4	2	1		5. أ -
	العدد	3	3^2	3^3	3^4										
	الباقي	3	4	2	1										
	0,5	ب - $3^4 \equiv 1[5]$ ومنه لكل $k \in \mathbb{N}$ ، $3^{4k} \equiv 1[5]$													
0,5	6. $3^n - 1 \equiv 0[5]$ تكافئ $3^n \equiv 1[5]$ إذا $n = 4k$ مع $k \in \mathbb{N}$														
08 نقاط		التمرين الثالث: (08 نقاط)													
	01	1. أ - $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$ ، $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +2} f(x) = +\infty$													
	01	ب - $x = 2$ و $y = -1$													
	1,25	2. $f'(x) = \frac{-1}{(x-2)^2}$ ؛ $f'(x) < 0$													
	0,5	f متناقصة تماما على كل من $]2; +\infty[$ و $]-\infty; 2[$													
	0,5	3. جدول تغيرات الدالة f .													
	01	4. $a = f'(0) = -\frac{1}{4}$ ؛ $b = f(0) = -\frac{3}{2}$													
	0,5	5. أ - $-1 + \frac{1}{x-2} = \frac{-x+2+1}{x-2} = f(x)$													
	01	ب - $x \in \mathbb{Z}$ و $x-2$ من قواسم 1 أي $x \in \{1; 3\}$ ومنه $A(1; -2)$ و $B(3; 0)$													
	1,25	6. إنشاء (Δ) و (C_f) .													

العلامة		(الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	عناصر الإجابة
06 نقاط		التمرين الأول: (06 نقاط)
	0,5	1. أ - $u_1 + u_3 = 2u_2 = 1$
	01	ب - $(u_1 - u_2) + (u_1 + u_2) = 2u_1$ ومنه $u_1 = 3$. $r = u_2 - u_1 = \frac{1}{2} - 3 = -\frac{5}{2}$
	01	2. $u_n = u_1 - \frac{5}{2}(n-1) = -\frac{5}{2}n + \frac{11}{2}$
	01	3. أ - $S_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n) = \frac{n(17-5n)}{4}$
	01	ب - $S_n = -\frac{657}{2}$ معناه $5n^2 - 17n - 1314 = 0$ ومنه $n = 18$
	0,5	4. أ - لكل n من \mathbb{N}^* : $(n+2)(9-5n) = -5n^2 - n + 18$
	01	ب - الاستدلال بالتراجع
06 نقاط		التمرين الثاني: (06 نقاط)
	01	1. $a \equiv 6[7]$ و $b \equiv 1[7]$
	1,5	2. $a \equiv -1[7]$ ومنه $a^3 + 1 \equiv 0[7]$ و $b \equiv 1[7]$ ومنه $b^3 - 1 \equiv 0[7]$
	1,5	3. أ - $2015 \equiv 6[7]$ و $a \equiv 6[7]$ ؛ $1436 \equiv 1[7]$ و $b \equiv 1[7]$
	01	ب - $2015^3 + 1436^3 \equiv 1 - 1[7]$ أي $2015^3 + 1436^3 \equiv 0[7]$
	01	ج - $2015^3 + 1436^3 - 1962^3 + 1 \equiv 0 - 1 + 1[7]$
08 نقاط		التمرين الثالث: (08 نقاط)
	01	1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
	1,25	2. $f'(x) = 3x^2 - 3$ إشارته
	0,5	f متزايدة تماما على كل من $]-\infty; -1]$ و $[1; +\infty[$ ومتناقصة تماما على $[-1; 1]$
	0,5	جدول التغيرات
	0,75	3. $f''(x) = 6x$ تنعدم عند 0 مغيرة إشارتها ومنه (0;2) إحداثيات نقطة الانعطاف
	0,75	4. $y = -3x + 2 : (T)$
	0,5	5. $f(2) = 4$ و $f(-2) = 0$
	1,25	إنشاء (T) و (C_f)
	0,5	6. أ - إنشاء (Δ)
	01	ب - $f(x) \geq x + 2$ تكافئ $x \in [-2; 0] \cup [2; +\infty[$