

الاستمرارية

التمرين 01

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ

$$\begin{cases} f(x) = x^2 + 2, & x \in]-\infty, 0[\\ f(x) = \frac{x+2}{x+1}, & x \in [0, +\infty[\end{cases}$$

(1) احسب نهاية f عند $+\infty$ و $-\infty$.(2) احسب $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$.(3) احسب $f(0)$ ، $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، ماذا تستنتج؟

التمرين 02

لنكن الدالة f المعرفة على المجال $[-2; 3]$ كما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = -x + 1, & x \in [-2; 1[\\ f(x) = 2x - 1, & x \in [1; 3] \end{cases}$$

 (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.(1) مثل (C_f) ، هل تقبل الدالة f نهاية عند 1؟(2) هل يمكن رسم منحنى الدالة f دون رفع القلم؟(3) هل الدالة f مستمرة على المجال $[-2; 3]$ ؟ لماذا؟(4) اذكر مجالا تكون الدالة f مستمرة عليه.

مبرهنة القيم المتوسطة

مبرهنة القيم المتوسطة (تقبل دون برهان)

مبرهنة: f دالة معرفة و مستمرة على مجال $[a; b]$.من أجل كل عدد حقيقي k محصور بين $f(a)$ و $f(b)$ ، يوجدعلى الأقل عدد حقيقي c محصور بين a و b بحيث $f(c) = k$.حالة خاصة: إذا كانت f دالة مستمرة على مجال $[a; b]$ وكان $f(a) \times f(b) < 0$ (العدد 0 محصور بين $f(a)$ و $f(b)$) فإنهيوجد على الأقل عدد حقيقي c محصور بين a و b بحيث $f(c) = 0$.

التمرين 07:

لنكن الدالة f المعرفة بـ: $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 2$ - بين أن f متزايدة تماما على المجال $[0, +\infty[$ - بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد α في المجال $[1; +\infty[$ - بين أن α ينتمي إلى المجال $[1, 1.7]$.التمرين 08: لنكن الدالة f المعرفة بـ $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$ (1) احسب نهاية f عند $+\infty$ و $-\infty$ (2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها(3) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد α من المجال $[1.6; 1.7]$ (4) استنتج حسب قيم x إشارة $f(x)$.

التمرين 09:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^4 - x^2 - 2$ 1- ادرس اتجاه تغير f وشكل جدول تغيراتها2- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $[1; 2]$ التمرين 10: يعطى جدول تغيرات دالة f كما يلي:

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 0$	$\searrow -2$	$\nearrow 5$

(أ) أعط عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$.(ب) من خلال جدول تغيرات الدالة f شكل جدول إشارة $f(x)$ التمرين 11: يعطى جدول تغيرات الدالة f كما يلي:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 2$	$\searrow -1$	$\nearrow +\infty$

(1) ما هو عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$ ؟ برر.(2) من خلال جدول تغيرات الدالة f شكل جدول إشارة $f(x)$ طريقة: لإثبات وجود حلول معادلة على مجال $[a; b]$ باستعمال

مبرهنة القيم المتوسطة نتبع الخطوات التالية:

• نكتب المعادلة على الشكل $f(x) = k$.• نتحقق من استمرارية الدالة f على المجال $[a; b]$.• نتحقق من أن العدد k محصور بين $f(a)$ و $f(b)$.ملاحظة: إذا كانت الدالة f رتيبة تماما على المجال $[a; b]$ فإن

الحل وحيد

*التمرين 01: لنكن الدالة f المعرفة بـ: $f(x) = x^3 - x$ بين أن المعادلة $f(x) = -3$ تقبل على الأقل حلا α من المجال $[-2; -1]$

*التمرين 02

لنكن الدالة f المعرفة بـ: $f(x) = x^5 + x^3 - 1$ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل على الأقل حلا محصور بين 0 و 1

*التمرين 03

بين أن المعادلة $x^3 - 5x^2 + 3x + 4 = 0$

أ - تقبل على الأقل حلا محصور بين 1 و 2.

ب - تقبل على الأقل حلا في المجال $[-1; 0]$

*التمرين 04

لنكن الدالة f المعرفة بـ: $f(x) = x^5 + 2x - 1$ (1) بين أن الدالة f متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ (2) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد α في المجال $[0; 1]$

التمرين 05:

برهن باستعمال مبرهنة القيم المتوسطة أن المعادلة:

$$x^3 - 4x = -2 \quad \text{تقبل حلا في المجال } [-3; -2]$$

التمرين 06:

بين أن المعادلة: $2x^3 - 5x^2 - 3 = 0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $[\frac{5}{2}; 3]$ 

ولیکن (Γ) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(0; i; j)$
 (أ) تحقق أنه من أجل كل x من المجال $]-1; +\infty[$:

$$f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^3}, \text{ حيث } f' \text{ هي الدالة المشتقة للدالة } f$$

(ب) عين دون حساب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ وفسر النتيجة بيانيا.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x+1)] \text{ و } \lim_{x \rightarrow -1} f(x): \text{ احسب (ج)}$$

وفسر النتيجة بيانيا

(د) شكل جدول تغيرات الدالة f
 (3) نأخذ $\alpha \approx 0.26$

(أ) عين مدور $f(\alpha)$ إلى 10^{-2}

(ب) ارسم المنحنى (Γ)

$$f(x) = x + a + \frac{b}{(x+1)^2} \text{ (أ-4) اكتب } f(x) \text{ على الشكل:}$$

حيث a و b عدنان حقيقيان.

(ب) عين F الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]-1; +\infty[$
 والتي تحقق $F(1) = 2$

بكالوريا 2021 علوم تجريبية الموضوع 1

التمرين الرابع: (07 نقاط)

$$g(x) = 2x^3 - 2x^2 + 3x - 2 \text{ معرف على } \mathbb{R} \text{ : (I)}$$

(1) بين أن الدالة g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$.

(2) أ. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α يُحقق: $0,7 < \alpha < 0,8$

ب. استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

youtube: helib Abdelkader

الأستاذ: حليب عبد القادر

من بكالوريا 2017 تقني

التمرين الرابع: (07 نقاط)

$$g(x) = x^3 + 6x + 12 \text{ كما يلي: (I) تعتبر الدالة العددية } g \text{ المعرفة على } \mathbb{R}$$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g .

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha \in]-1,48; -1,47[$ ثم استنتج حسب قيم العدد

الحقيقي x إشارة $g(x)$.

$$f(x) = \frac{x^3 - 6}{x^2 + 2} \text{ كما يلي: (II) تعتبر الدالة العددية } f \text{ المعرفة على } \mathbb{R}$$

(3) بين أن $f(\alpha) = \frac{3}{2}\alpha$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

$$f(x) = \frac{1-x}{x^3+1} \text{ وليكن } (C_f) \text{ تمثيلها البياني في المعلم}$$

المتعامد و المتجانس $(O; I, J)$ (الوحدة: 4cm).

(1) بين أن $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$ ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

أعط تفسيراً بيانياً للنتيجتين.

$$f'(x) = \frac{g(x)}{(x^3+1)^2}, \text{ (2) بين أنه من كل } x \text{ من }]-1; +\infty[$$

(3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) عين معادلة لـ (Δ) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

(5) تحقق أنه من أجل كل x من $]-1; +1[$,

$$f(x) - (-x+1) = \frac{x^3(x-1)}{x^3+1}$$

(6) بعد دراسة إشارة $f(x) - (-x+1)$ استنتج وضعية المنحنى

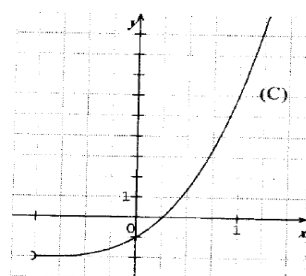
(C_f) بالنسبة للمماس (Δ) . ماذا تلاحظ؟

(7) ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

التمرين 16 بحالوريا 2008 علوم تجريبية 2

المنحنى (C) المقابل هو التمثيل البياني للدالة العددية g المعرفة

على المجال $]-1; +\infty[$ كما يأتي: $g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 1$



(1-أ) بقراءة بيانية شكل جدول

تغيرات الدالة g وحدد $g(0)$

وإشارة $g(\frac{1}{2})$

(ب) علل وجود عدد حقيقي α من

المجال $]0; \frac{1}{2}[$ يحقق $g(\alpha) = 0$

(ج) استنتج إشارة $g(x)$ على

المجال $]-1; +\infty[$

(2) هي الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بما يأتي:

$$f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 2}{(x+1)^2}$$

التمرين 12: يعطى جدول تغيرات دالة f كما يلي:

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	0	-2	5

أعط في كل حالة من الحالات التالية عدد حلول المعادلة المقترحة في $\mathbb{R}$:

$$f(x) = -0,5 \quad (3) \quad f(x) = -5 \quad (2) \quad f(x) = 7 \quad (1)$$

التمرين 13*: تمرين 106 ص 35

f دالة مستمرة على المجال $[a; b]$

بحيث $f(a) < ab$ و $f(b) > b^2$

بين أنه يوجد عدد حقيقي c من $[a; b]$ بحيث $f(c) = bc$.

التمرين 14* تمرين 107 ص 35

f دالة مستمرة على المجال $[0; 1]$ بحيث $f(0) = 0$ و $f(1) = 1$

بين أنه يوجد عدد حقيقي c من $]0; 1[$ بحيث $f(c) = \frac{1-c}{1+c}$

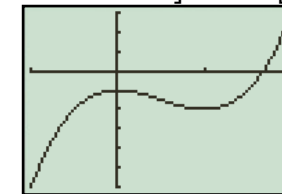
التمرين 15 (من الكتاب المدرسي)

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ:

$$g(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$$

وليكن (C_g) تمثيلها البياني في معلم.

(1) لاحظ (C_g) على شاشة الحاسبة البيانية



ثم ضع تخميناً حول عدد جذورها و حول إشارتها.

(2) أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α محصوراً بين 1,6 و 1,7

(4) استنتج، حسب قيم x ، إشارة $g(x)$ على $]-1; +\infty[$.

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ