



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

يحتوي الموضوع الأول على (03) صفحات (من الصفحة 1 من 5 إلى الصفحة 3 من 5)



HELIB ABDELKADER
أ حليب عبد القادر

التمرين الأول: (04 نقاط)

الدالة العددية المعرفة والمتزايدة تماما على المجال $[0; +\infty[$ بـ $f(x) = \frac{2x}{e \cdot x + 1}$ (أساس اللوغاريتم النيبيري)

و (u_n) المتتالية العددية المعرفة بعدها الأول $u_0 = \frac{5}{4e}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$

(1) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > \frac{1}{e}$.

ب) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{e \cdot u_n (\frac{1}{e} - u_n)}{e \cdot u_n + 1}$ ،

ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) و برّر أنها متقاربة.

(2) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $v_n = \frac{e \cdot u_n}{e \cdot u_n - 1}$

أثبت أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها 2 ، يطلب تعيين حدها الأول v_0 و عبارة v_n بدلالة n .

(3) أ) تحقق أنه من أجل كل n من \mathbb{N} : $v_n = 1 + \frac{1}{e \cdot u_n - 1}$ و استنتج عبارة u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

ب) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$.

(4) أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7.

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها S_n يقبل القسمة على 7.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. نعتبر النقطتين $A(0;0;2)$ ، $B(0;3;-1)$

$$\text{والمستوي } (p) \text{ المعرف بالتمثيل الوسيطى: } \begin{cases} x = t + m \\ y = 4t - 2m + 1 \\ z = t - 2m - 2 \end{cases} \text{ حيث } m \text{ و } t \text{ عدنان حقيقيان.}$$

- (1) اكتب معادلة ديكرتية للمستوي (Q) الذي يشمل النقطة A و $\vec{n}(2;2;-1)$ شعاع ناظمي له.
- (2) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة A و يعامد المستوي (Q) .
- (3) أ) تحقق أن: $2x - y + 2z + 5 = 0$ معادلة ديكرتية للمستوي (p) .
ب) بين أن المستوي (p) يشمل النقطة B و يعامد المستوي (Q) .
- (4) لتكن M نقطة احدائياتها $(2t; 2t; -t+2)$ حيث t عدد حقيقي.
أ) عين قيم t بحيث تكون $d(M; (P)) = d(M; (Q))$ (ترمز d الى المسافة بين نقطة و مستوي).
ب) استنتج احدائيات C مركز سطح الكرة (S) التي تماس كل من المستويين (Q) و (p) في النقطتين A و B على الترتيب و احسب نصف قطرها.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

- I) حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول z : $z^2 - 2\sqrt{2}z + 4 = 0$.
- II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o; \vec{u}, \vec{v})$.
لتكن النقطتين A و B لاحقتاهما $z_A = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ و $z_B = \overline{z_A}$ ($\overline{z_A}$ يرمز الى مرافق z_A)
- (1) اكتب على الشكل الأسّي كل من العددين المركبين z_A و $\frac{1}{z_B}$ ، ثم بين أن العدد $\left(\frac{2}{z_B}\right)^{2018}$ تخيلي صرف.
- (2) لتكن النقطة C صورة B بالتحاكي h الذي مركزه ω ذات اللاحقة $z_\omega = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ونسبته (-3) .
بين أن لاحقة النقطة C هي $z_C = -\sqrt{2} + i3\sqrt{2}$
- (3) احسب z_D لاحقة النقطة D صورة B بالدوران r الذي مركزه O و زاويته $(-\frac{\pi}{2})$.
- (4) أ) بين أن $\frac{z_C - z_A}{z_D - z_A} = -i$ ثم استنتج طبيعة المثلث ACD .
ب) اوجد لاحقة النقطة E بحيث يكون الرباعي $ACED$ مربعا.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty; 1[$ ب: $f(x) = \frac{x}{x-1} e^{-x}$
- و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.



- (1) احسب $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا و احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- (2) بيّن أنه من أجل كل x من $] -\infty; 1[$: $f'(x) = \frac{(-x^2 + x - 1)e^{-x}}{(x-1)^2}$ و ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.
- (3) أ) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة صفر.
ب) h دالة عددية معرفة على المجال $] -\infty; 1[$ ب: $h(x) = e^{-x} + x - 1$.
ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم استنتج أنه من أجل كل x من $] -\infty; 1[$: $h(x) \geq 0$
- (4) بيّن أنه من أجل كل x من $] -\infty; 1[$: $f(x) + x = \frac{x h(x)}{x-1}$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (T) . فسر النتيجة بيانيا.
- (5) أكتب معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل مبدأ المعلم O و النقطة $A\left(-2; \frac{2}{3}e^2\right)$ ثم ارسم المستقيمين (T) ، (Δ) و المنحنى (C_f) على المجال $]-2; 1[$.
- (6) أ) بيّن أنه من أجل كل x من $]-1; 0]$: $\frac{x}{x-1} \leq f(x) < e^{-x}$.
ب) تحقق أنه من أجل كل x من $]-1; 0]$: $\frac{x}{x-1} = 1 + \frac{1}{x-1}$ ثم بيّن أنّ $1 - \ln 2 \leq \int_{-1}^0 f(x) dx < e - 1$
- (7) m وسيط حقيقي ، ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x) = mx$ ، حيث $x \in]-2; 1[$.

الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع الثاني على (02) صفحات (من الصفحة 4 من 5 إلى الصفحة 5 من 5)

التمرين الأول: (04 نقاط)

- لتكن (u_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N} بعدها العام كما يلي $u_n = 2(3)^n$.
 و (v_n) متتالية عددية معرفة بعدها الأول $v_0 = 4$ و من أجل كل n من \mathbb{N} : $v_{n+1} = 5v_n + u_n$.
- (1) نضع من أجل كل n من \mathbb{N} : $w_n = \frac{v_n}{u_n} + \frac{1}{2}$.
 - اثبت أن (w_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{5}{3}$ ، يطلب تعيين حدّها الأول .
- (2) اكتب عبارة الحد العام w_n بدلالة n ثم استنتج أنّه من أجل كل n من \mathbb{N} : $v_n = 5^{n+1} - 3^n$.
- (3) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الاقليدية للعددين 3^n و 5^n على 8 .
- (4) عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد v_n على 8 .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

- كيس به 7 كريات متماثلة، لا نفرّق بينها باللمس ، منها 3 بيضاء و 4 خضراء .
 نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من الكيس .
- (I) احسب احتمال الحادثة A : " سحب كرتين مختلفتين في اللون " .
 (2) احسب احتمال الحادثة B : " سحب كرتين من نفس اللون " .
- (II) نقترح اللعبة التالية : للمشاركة يدفع اللاعب $\alpha(DA)$ ، (حيث α عدد طبيعي معطى و DA تعني دينار جزائري) .
 فإذا سحب كرتين بيضاوين يتحصل على $100DA$ ، و إذا سحب كرتين مختلفتين في اللون يتحصل على $50DA$ ،
 وإذا سحب كرتين خضراوين يخسر ما دفعه . وليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة α .
- (1) برّر أنّ قيم المتغير العشوائي هي $\{-\alpha, 50-\alpha, 100-\alpha\}$ ثم عرّف قانون احتمالته .
- (2) بيّن أنّ الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X بدلالة α هو : $E(X) = -\alpha + \frac{300}{7}$.
 ثم اوجد أكبر قيمة ممكنة لـ α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب .

التمرين الثالث : (05 نقاط)

- (I) أ) حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول z التالية : $4z^2 - 2z + 1 = 0$... (E)
- ب) اكتب العددين $\frac{1}{z_1}$ و $\frac{1}{z_2}$ على الشكل الأسّي حيث z_1 و z_2 حلا المعادلة (E) .
- (II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$. نعتبر النقط A ، B و C لاحقاتها
 $z_A = 4$ ، $z_B = 1 + i\sqrt{3}$ و $z_C = 1 - i\sqrt{3}$.



- (1 أ) احسب $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ ثم حدد طبيعة المثلث ABC .
- (ب) استنتج أن B هي صورة C بدوران مركزه A يطلب تعيين زاويته .
- (2) اوجد لاحقة النقطة D صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه \overline{CB} و استنتج بدقة طبيعة الرباعي $ACBD$.
- (3) حدّد طبيعة (γ) مجموعة النقط M من المستوي المركب ذات اللاحقة z التي تُحقق ما يلي:
- $$|iz + \sqrt{3} - i| = |z - 1 + i\sqrt{3}|$$
- (4) بيّن أنّ النقطة G مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC تنتمي إلى (γ) .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- (I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;1[$ بـ : $g(x) = 2 - x + \ln x$.
- (1 أ) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على المجال $]0;1[$.
- (ب) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,15 < \alpha < 0,16$.
- (2) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $]0;1[$.
- (II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{1-2x + \ln x}{x-1}$.
- و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- (1) احسب $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ (يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x) = \frac{1-2x}{x-1} + \frac{\ln x}{x-1}$) ، ثم فسّر النتيجةين بيانيا.

(2 أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$: $f'(x) = \frac{g\left(\frac{1}{x}\right)}{(x-1)^2}$

- (ب) بيّن أن f متزايدة تماما على $\left]1; \frac{1}{\alpha}\right]$ و متناقصة تماما على $\left[\frac{1}{\alpha}; +\infty\right[$ ، ثم شكّل جدول تغيّراتها .
- (3) ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و المستقيم (Δ) ذي معادلة $y = -2$.
- (4) ارسم المستقيمين المقاربين و المنحنى (C_f) (يعطى $f\left(\frac{1}{\alpha}\right) = -1,8$).
- (5) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $|f(x)| = m$ حلّين متمايزين.

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
		<p>التمرين الأول (04 نقاط)</p> <p>(1) أ- برهان بالتراجع أن: $u_n > \frac{1}{e}$</p> <p>• نتحقق من صحة الخاصية من أجل $n=0$: $\frac{1}{e} < u_0$: $\frac{1}{e} < \frac{5}{4e}$</p> <p>• نفرض من أجل عدد طبيعي n أن: $\frac{1}{e} < u_n$ و f متزايدة تماما على $[0; +\infty[$</p> <p>إذن : $f\left(\frac{1}{e}\right) < f(u_n)$ و منه $\frac{1}{e} < u_{n+1}$.</p> <p>ب- تبيان أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{eu_n(\frac{1}{e} - u_n)}{eu_{n+1}}$</p> <p>- ومنه و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n < 0$ إذن (u_n) متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل بالعدد $\frac{1}{e}$ فهي متقاربة .</p>
	0.25	
1	0.25x 2	
	0.25	
01	0.5	<p>(2) اثبات أن (v_n) هندسية : من أجل كل عدد طبيعي n : $v_{n+1} = \frac{2eu_n}{eu_n - 1}$</p> <p>$(v_n)$ متتالية هندسية أساسها $q=2$ و $v_0=5$ و $v_n = 5 \times 2^n$</p>
	0.25x2	
	0.25x2	<p>(3) أ- التحقق أن $v_n = 1 + \frac{1}{eu_n - 1}$ ، استنتاج $u_n = \frac{5 \times 2^n}{e(5 \times 2^n - 1)}$</p> <p>ب- S_n مجموع متتالية هندسية : $S_n = 5 \times \frac{2^{n+1} - 1}{2 - 1} = 5[2^{n+1} - 1]$</p>
	0.25	
01.25	0.25	
	0.5	
0.75	0.5	<p>(4) أ) بواقي قسمة 2^n على 7 هي $\{1; 2; 4\}$: $2^{3k} \equiv 1[7]$ $2^{3k+1} \equiv 2[7]$ ($k \in \mathbb{N}$) $2^{3k+2} \equiv 4[7]$</p> <p>ب) $S_n \equiv 0[7]$ و منه $10 \times 2^n \equiv 5[7]$ و منه $2^n \equiv 4[7]$ و إذن $n = 3k + 2$</p>
	0.25	

01	0.5×2	<p>التمرين الثاني : (04 نقاط)</p> <p>(1) معادلة المستوي (Q) الذي يشمل A و $\vec{n}(2;2;-1)$ شعاع ناظمي له هي : $(Q): 2x+2y-z+2=0$</p>
01	0.5×2	<p>(2) تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ): $(\Delta): \begin{cases} x=2t \\ y=2t \\ z=-t+2 \end{cases} / t \in \mathbb{R}$ شعاع توجيه ل (Δ) $\vec{n}(2;2;-1)$</p>
01.25	0.25×2 0.5 0.25	<p>(3) أ) التحقق أن معادلة ديكرتية للمستوي (p) $2x-y+2z+5=0$ ب) (p) يشمل B $\vec{n} \cdot \vec{n} = 0$ ومنه $(p) \perp (Q)$ $\vec{n}(2;-1;2)$ ناظمي ل (p)</p>
0.75	0.25 0.25 0.25	<p>(4) أ) تعيين قيم t : $t =1$ ب) استنتاج احداثيات C مركز سطح الكرة: $C(2;2;1)$ حساب نصف القطر r : $r = d(C;(p)) = d(C;(Q)) = 3$ (تقبل إجابات أخرى)</p>
01.5	0.5×3	<p>التمرين الثالث : (06 نقاط)</p> <p>I) حل المعادلة : $\Delta = -8$ ، $z_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ ، $z_2 = \sqrt{2} - i\sqrt{2}$</p>
1.25	0.5×2 0.25	<p>II) (1) الكتابة على الشكل الأسّي: $z_A = 2e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، $\frac{1}{z_B} = \frac{1}{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ - لدينا : $i = e^{i\frac{\pi}{2}} = \left(e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^2 = \left(\frac{z_A}{2}\right)^2$</p>
1.25	0.25 0.5×2	<p>(2) نجد $z_C = -\sqrt{2} + 3i\sqrt{2}$ $z_C - z_\Omega = -3(z_B - z_\Omega)$</p>
1.5	0.5×3	<p>(3) نجد $z_D = -\sqrt{2} - i\sqrt{2}$ $z_D - z_O = -i(z_B - z_O)$</p>
0.5	0.25 0.25	<p>(4) أ) تبيان أن $\frac{z_C - z_A}{z_D - z_A} = -i$ - استنتاج طبيعة المثلث ACD : المثلث قائم في A و متساوي الساقين ب) لاحقة النقطة E : $z_E - z_C = z_D - z_A$ نجد $z_E = -3\sqrt{2} + i\sqrt{2}$</p>

		التمرين الرابع: (06 نقاط)
		$f(x) = \frac{x}{x-1}e^{-x}$ دالة معرفة على المجال $]-\infty; 1[$ ب: $f(x) = \frac{x}{x-1}e^{-x}$
01.25	0.5×2 0.25	(1) نهايات: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = +\infty$ $x=1$: معادلة مقارب عمودي (d)
1	0.25 0.25 0.5	(2) بيان أن من أجل $x \in]-\infty; 1[$: $f'(x) = \frac{(-x^2+x-1)}{(x-1)^2}e^{-x}$ من أجل $x \in]-\infty; 1[$: $f'(x) < 0$ دالة متناقصة تماما على كل المجال $]-\infty; 1[$ جدول التغيرات.
01	0.5 0.25 0.25	(3) أ- معادلة المماس (T) عند $0 : y = -x$ (T) ب- اتجاه تغير الدالة h : بيان أن من أجل $x \in]-\infty; 1[$: $h'(x) = -e^{-x} + 1$ من أجل $x \in]-\infty; 0]$: $h'(x) \leq 0$ ، h متناقصة تماما على مجال $]-\infty; 0]$ من أجل $x \in [0; 1[$: $h'(x) \geq 0$ ، h متزايدة تماما على مجال $[0; 1[$ $h(0) = 0$ قيمة حدية صغرى للدالة h على المجال $]-\infty; 1[$ منه : $h(x) \geq 0$
0.75	0.25 0.25 0.25	(4) بيان أن من أجل $x \in]-\infty; 1[$: $f(x) + x = \frac{x h(x)}{x-1}$ - الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمماس (T) : من أجل $x \in]-\infty; 0]$: المنحنى (C_f) يقع فوق المماس (T) من أجل $x \in [0; 1[$: المنحنى (C_f) يقع تحت المماس (T) من أجل $x = 0$ المماس (T) يخترق المنحنى (C_f) تفسير الهندسي: مبدأ المعلم O نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)
0.75	0.25 0.5	(5) معادلة المستقيم $(\Delta): y = -\frac{e^2}{3}x$ و إنشاء المماس (T) ، (Δ) و المنحنى (C_f) .
0.5	0.5	(6) أ- إثبات أنه من أجل $x \in [-1; 0]$: $\frac{x}{x-1} \leq f(x) < e^{-x}$ - لدينا من أجل $x \in [-1; 0]$: $f(x) - \frac{x}{x-1} = \frac{x(e^{-x}-1)}{x-1}$ من أجل $x \in [-1; 0]$: لدينا $e^{-x} - 1 \geq 0$ و $\frac{x}{x-1} \geq 0$ إذن $f(x) \geq \frac{x}{x-1}$ - لدينا من أجل $x \in [-1; 0]$: $f(x) - e^{-x} = \frac{e^{-x}}{x-1}$ من أجل $x \in [-1; 0]$: لدينا $e^{-x} > 0$ و $x-1 < 0$ إذن $f(x) < e^{-x}$

<p style="text-align: center;">0.5</p>	<p style="text-align: center;">0.25</p> <p style="text-align: center;">0.25</p>	<p style="text-align: right;">ب- تحقق أن : $\frac{x}{x-1} = 1 + \frac{1}{x-1}$</p> <p style="text-align: center;">لدينا من أجل $x \in [-1; 0]$: $\frac{x}{x-1} \leq f(x) < e^{-x}$.</p> <p style="text-align: center;">فإن : $\int_{-1}^0 \left(1 + \frac{1}{x-1}\right) dx \leq \int_{-1}^0 f(x) dx < \int_{-1}^0 e^{-x} dx$</p> <p style="text-align: center;">منه $\int_{-1}^0 [x + \ln(1-x)] dx \leq \int_{-1}^0 f(x) dx < \int_{-1}^0 [-e^{-x}] dx$</p> <p style="text-align: center;">$1 - \ln 2 \leq \int_{-1}^0 f(x) dx < e - 1$</p>
<p style="text-align: center;">0.25</p>	<p style="text-align: center;">0.25</p>	<p style="text-align: right;">(7) المعادلة : $f(x) = mx$</p> <p style="text-align: center;">حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y = mx$</p> <p style="text-align: center;">إذا كان $m \in \left] -\infty; -\frac{e^2}{3} \right[$ فإن للمعادلة حلين متميزين .</p> <p style="text-align: center;">إذا كان $m \in \left[-\frac{e^2}{3}; -1 \right[$ فإن للمعادلة ثلاث حلول متميزة .</p> <p style="text-align: center;">إذا كان $m \in [-1; +\infty[$ فإن للمعادلة حلا وحيدا</p>

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)												
مجموع	مجزأة													
0.75	0.25×3	<p>التمرين الأول: (03 نقاط)</p> <p>(1) من أجل كل n من \mathbb{N} ، $w_{n+1} = \frac{v_{n+1}}{u_{n+1}} + \frac{1}{2} = \frac{5}{3} \left(\frac{v_n}{u_n} + \frac{1}{2} \right)$ أي $w_{n+1} = \frac{5}{3} w_n$ و منه (w_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{5}{3}$ و حدّها الأوّل $w_0 = \frac{5}{2}$.</p>												
0.75	0.25	(2) من أجل كل n من \mathbb{N} ، $w_n = \frac{5}{2} \left(\frac{5}{3} \right)^n$.												
	0.5	استنتاج أنّه من أجل كل n من \mathbb{N} ، $v_n = 5^{n+1} - 3^n$.												
01	01	<p>(3) $3^2 \equiv 1[8]$ ، $3^1 \equiv 3[8]$ ، $3^0 \equiv 1[8]$ إذن: من أجل كل $k \in \mathbb{N}$ ، $3^{2k} \equiv 1[8]$ و $3^{2k+1} \equiv 3[8]$ $5^2 \equiv 1[8]$ ، $5^1 \equiv 5[8]$ ، $5^0 \equiv 1[8]$ إذن : من أجل كل $k \in \mathbb{N}$ ، $5^{2k} \equiv 1[8]$ و $5^{2k+1} \equiv 5[8]$</p>												
0.5	0.5	(4) من أجل كل $k \in \mathbb{N}$ ، $v_{2k} \equiv 4[8]$ و $v_{2k+1} \equiv 6[8]$.												
01.5	0.5×3	<p>التمرين الثاني: (05 نقاط)</p> <p>I. (1) " سحب كرتين مختلفتين اللون ." . $p(A) = \frac{C_3^1 \times C_4^1}{C_7^2} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$</p>												
01.5	0.5×3	(2) " سحب كرتين من نفس اللون ." . $p(B) = 1 - p(A) = \frac{3}{7}$												
01.5	1	<p>II (1) تبرير قيم المتغير العشوائي X</p> <p>– قانون الاحتمال للمتغير العشوائي</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>$\{B, B\}$</th> <th>$\{B, N\}$</th> <th>$\{N, N\}$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>x_i</td> <td>$100 - \alpha$</td> <td>$50 - \alpha$</td> <td>$-\alpha$</td> </tr> <tr> <td>$p(X = x_i)$</td> <td>$\frac{C_3^2}{C_7^2} = \frac{3}{21}$</td> <td>$\frac{12}{21}$</td> <td>$\frac{C_4^2}{C_7^2} = \frac{6}{21}$</td> </tr> </tbody> </table>		$\{B, B\}$	$\{B, N\}$	$\{N, N\}$	x_i	$100 - \alpha$	$50 - \alpha$	$-\alpha$	$p(X = x_i)$	$\frac{C_3^2}{C_7^2} = \frac{3}{21}$	$\frac{12}{21}$	$\frac{C_4^2}{C_7^2} = \frac{6}{21}$
	$\{B, B\}$	$\{B, N\}$	$\{N, N\}$											
x_i	$100 - \alpha$	$50 - \alpha$	$-\alpha$											
$p(X = x_i)$	$\frac{C_3^2}{C_7^2} = \frac{3}{21}$	$\frac{12}{21}$	$\frac{C_4^2}{C_7^2} = \frac{6}{21}$											
0.5	0.25	(2) تبيان أنّ : $E(X) = -\alpha + \frac{300}{7}$.												
	0.25	– حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب يجب أن يكون $E(X) > 0$ أي: $-\alpha + \frac{300}{7} > 0$ و منه $\alpha < 42,85$ ، إذن أكبر قيمة لـ α هي $42,85$												

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
1.5	1	التمرين الثالث: (04 نقاط) (I) أ) $z_2 = \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}i$ و $z_1 = \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i$ ؛ $\Delta = -12 = (2\sqrt{3}i)^2$
	0.5	ب) $\frac{1}{z_2} = 1 - \sqrt{3}i = 2e^{i(-\frac{\pi}{3})}$ ؛ $\frac{1}{z_1} = 1 + \sqrt{3}i = 2e^{i(\frac{\pi}{3})}$
1.25	0.5	(II) 1 أ) حساب $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = e^{i(-\frac{\pi}{3})}$ ؛ $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$
	0.25	إذن المثلث ABC متقايس الأضلاع.
	0.5	ب) B هي صورة C بالدوران الذي مركزه A و زاويته $(-\frac{\pi}{3})$
0.5	0.25	(2) $T_{\overline{CB}}(A) = D$ معناه $\overline{AD} = \overline{CB}$ أي $z_D - z_A = z_B - z_C$
	0.25	و منه : $z_D = 4 + 2\sqrt{3}i$. الرباعي $ACBD$ معين.
0.5	0.5	(3) لتكن M نقطة لاحقته z ، $ z - (1 + i\sqrt{3}) = z - (1 - i\sqrt{3}) $ معناه $M \in (\gamma)$ أي $BM = CM$ و بالتالي (γ) هي محور القطعة $[BC]$ (محور الفواصل).
0.25	0.25	(4) G مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC أي $AG = BG = CG$ و منه $G \in (\gamma)$
2.75	1	التمرين الرابع: (08 نقاط) (I) 1 أ) من أجل كل x من $]0;1[$ ، $g'(x) = -1 + \frac{1}{x} = \frac{1-x}{x} > 0$ ، و منه الدالة g متزايدة تماما على $]0;1[$.
	1	ب) g مستمرة و متزايدة تماما على $]0;1[$ و بالتالي على $[0,15;0,16]$ و $g(0,15) \times g(0,16) < 0$ إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد α وحيد حيث $0,15 < \alpha < 0,16$ و $g(\alpha) = 0$.
	0.75	(2) واستنتاج إشارة $g(x)$: $0 \quad \quad - \quad \alpha \quad \quad + \quad 1 \quad \quad +\infty$

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
01	0.5 0.5	<p>(II) 1 $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$</p> <p>$(C_f)$ يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما : $x = 1$ و $y = -2$.</p>
02.5	1 1 0.5	<p>(2) أ) تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(\frac{1}{x})}{(x-1)^2}$</p> <p>ب) إشارة $f'(x)$: $\frac{1}{\alpha}$ $\frac{1}{\alpha}$ $+$ $-$ $+\infty$</p> <p>- تبيان اتجاه تغير الدالة f : - جدول تغيرات الدالة f.</p>
0.75	0.25 0.5	<p>(3) دراسة الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ).</p> <p>$f(x) + 2 = \frac{-1 + \ln x}{x-1}$ الإشارة : $\frac{1}{\alpha}$ $\frac{e}{\alpha}$ $+$ $+\infty$</p> <p>في المجال $]1; e[$ المنحنى (C_f) يكون تحت (Δ) ، في المجال $]e; +\infty[$ المنحنى (C_f) يكون فوق (Δ) ، و لما $x = e$ فإن (C_f) يقطع (Δ) في النقطة $A(e; -2)$.</p>
0.5	0.5	(4) رسم المستقيمت المقاربة و المنحنى (C_f) .
0.5	0.5	(5) $m \in]-f(\frac{1}{\alpha}); 2[$ حتى تقبل المعادلة $ f(x) = m$ حلين متمايزين.