



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
وزارة التربية الوطنية



دورة: 2019

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات  
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي  
الشعبة: آداب وفلسفة، لغات أجنبية

المدة: 02 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول



HELIB ABDELKADER  
أ. حليب عبد القادر

التمرين الأول: (06 نقاط)

$a$  و  $b$  عدنان طبيعيين حيث:  $a = 2019$  و  $b = 2969$

(1) أ) عيّن باقي القسمة الاقليدية لكل من العددين  $a$  و  $b$  على 7.

ب) استنتج أن العددين  $a$  و  $3b$  متوافقان بترديد 7.

(2) بيّن أن:  $9a + b \equiv 0[7]$

(3) تحقق أن:  $2a \equiv -1[7]$  ثم استنتج باقي القسمة الاقليدية للعدد  $2^{2969} \times a^{2969}$  على 7.

(4) عيّن قيم العدد الطبيعي  $n$  حيث:  $b^n + an + 2 \equiv 0[7]$ .

التمرين الثاني: (06 نقاط)

$(u_n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}^*$  بـ:  $u_n = \frac{2}{5}n - 1$

(1) بيّن أن المتتالية  $(u_n)$  حسابية أساسها  $\frac{2}{5}$  يطلب حساب حدها الأول  $u_1$ .

(2) عيّن رتبة الحد الذي قيمته 575.

(3) احسب قيمة المجموع  $S$  حيث:  $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{1440}$ .

(4)  $(v_n)$  المتتالية المعرفة على  $\mathbb{N}^*$  كما يلي:  $v_n = 4^{5u_n+6}$ .

أ) بيّن أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول  $v_1$ .

ب) احسب بدلالة  $n$  المجموع:  $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$ .

التمرين الثالث: (08 نقاط)

(I)  $f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R} - \{-2\}$  بـ:  $f(x) = a - \frac{1}{x+2}$  ، حيث  $a$  عدد حقيقي.



- (C<sub>f</sub>) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس (O;  $\vec{i}, \vec{j}$ ).
- عيّن قيمة  $a$  حتى يقطع المنحنى (C<sub>f</sub>) حامل محور الترتيب في النقطة ذات الترتيبة  $\frac{1}{2}$ .
- (II) نضع  $a=1$ .

- (1) أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ ، ثم  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
- ب) فسر النتائج المحصل عليها بيانيا.
- (2) أ) بيّن أن الدالة  $f$  متزايدة تماما على كل من المجالين  $]-\infty; -2[$  و  $]-2; +\infty[$ .
- ب) شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$ .
- (3) عيّن إحداثي A نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين، ثم بيّن أنها مركز تناظر للمنحنى (C<sub>f</sub>).
- (4) اكتب معادلة للمماس ( $\Delta$ ) للمنحنى (C<sub>f</sub>) في النقطة ذات الفاصلة 0.
- (5) احسب  $f(-1)$  ثم ارسم المستقيمين المقاربين والمماس ( $\Delta$ ) ثم المنحنى (C<sub>f</sub>).
- (6) حل بيانيا المتراجحة ذات المجهول الحقيقي  $x$  التالية:  $1 \leq \frac{1}{x+2}$ .

انتهى الموضوع الأول



## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (06 نقاط)

$a$  و  $b$  العددان الطبيعيان حيث  $a = 2019$  ،  $b = 1441$

- (1) تحقق أن :  $a \equiv 13[17]$  .
- (2) بين أن :  $a$  و  $b$  متوافقان بترديد 17، ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد  $b$  على 17.
- (3) بين أن  $a \times b \equiv -1[17]$  ثم استنتج أن  $3a^2 \times b^2 + 14 \equiv 0[17]$  .
- (4) أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي القسمة الإقليدية للعدد  $13^n$  على 17.
- (5) بين أن :  $2019^{1954} + 169^{2n} + 1441^{2969} - 13 \equiv 0[17]$  .
- (6) عين قيم العدد الطبيعي  $n$  التي تحقق :  $n + 1954^{1962} + 16 \equiv 0[17]$  .

### التمرين الثاني: (06 نقاط)

$(u_n)$  المتتالية الحسابية التي حدها الأول  $u_0$  و أساسها  $r$  .

- (1) علما أن :  $u_0 + u_1 + u_2 = 6$  ، عين  $u_1$  .
- (2) علما أن :  $2u_0 - 3u_1 = -10$  ، عين الحد الأول  $u_0$  ، ثم استنتج قيمة  $r$  أساس المتتالية  $(u_n)$
- (3) اكتب عبارة الحد العام  $u_n$  بدلالة  $n$  .
- (4) أ) عين قيمة  $n$  حتى يكون  $u_n = 2018$  .  
ب) أحسب الحد الخامس عشر للمتتالية  $(u_n)$  .
- (5) أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث :  $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$  .
- (6) عين العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون :  $S_n = 96$

### التمرين الثالث: (08 نقاط)

$f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  ب :  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 5$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- (1) أحسب نهايتي الدالة  $f$  عند  $-\infty$  و عند  $+\infty$  .
- (2) أ) أحسب  $f'(x)$  ، ثم ادرس إشارتها على  $\mathbb{R}$  .  $f'$  ترمز إلى الدالة المشتقة الأولى للدالة  $f$  )  
ب) احسب  $f(0)$  و  $f(-1)$  ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$  .



(3) أ) تحقق أنه: من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$   $f(x) = (x-1)(2x^2 + 5x + 5)$  .

ب) عيّن نقط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل .

(4) بيّن أنّ المنحنى  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف  $A$  فاصلتها  $\left(-\frac{1}{2}\right)$  ثم أكتب معادلة لـ  $(T)$  مماس

المنحنى  $(C_f)$  عند النقطة  $A$  .

(5) أنشئ المماس  $(T)$  والمنحنى  $(C_f)$  .

(6) حل بيانيا المتراجحة :  $f(x) \geq 0$  .

انتهى الموضوع الثاني

| العلامة                    |                | عناصر الإجابة ( الموضوع الأول )                                                                                       |
|----------------------------|----------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| مجموع                      | مجزأة          |                                                                                                                       |
| التمرين الأول: (06 نقاط)   |                |                                                                                                                       |
| 02.5                       | 2×0.75         | (1) أ- تعيين باقي قسمة $a$ و $b$ على 7:                                                                               |
|                            | 2×0.5          | $b \equiv 1[7]$ ، $a \equiv 3[7]$<br>ب- $a \equiv 3b[7]$ ومنه: $a - 3b \equiv 0[7]$                                   |
| 01                         | +0.5<br>0.5    | (2) تبيان أن $9a + b \equiv 0[7]$                                                                                     |
| 1.5                        | 0.5<br>1       | (3) - التحقق أن $2a \equiv -1[7]$<br>استنتاج باقي قسمة $a^{2969} \times 2^{2969}$ على 7. الباقي هو 6.                 |
| 01                         | +0.25<br>0.5   | (4) تعيين قيم العدد الطبيعي $n$ بحيث: $b^n + a.n + 2 \equiv 0[7]$<br>$3n + 3 \equiv 0[7]$ ومنه: $n \equiv -1[7]$      |
|                            | 0.25           | وبالتالي:<br>$\begin{cases} n = 7k + 6 ; k \in \mathbb{N} \\ \text{و} \\ n = 7k - 1 ; k \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ |
| التمرين الثاني: ( 06 نقاط) |                |                                                                                                                       |
| 03                         | 1+1            | (1) تبيان أن المتتالية $(u_n)$ حسابية أساسها $r = \frac{2}{5}$ ( تقبل أي طريقة صحيحة)                                 |
|                            | +0.5<br>0.5    | حدها الأول: $u_1 = \frac{-3}{5}$                                                                                      |
| 1.25                       | 2×0.5          | (2) تعيين رتبة الحد الذي قيمته 575.                                                                                   |
|                            | 0.25           | $\frac{2}{5}n - 1 = 575$ ومنه: $n = 1440$ وبالتالي الرتبة هي 1440                                                     |
| 0.5                        | ×0.25<br>2     | (3) حساب المجموع $S$ :<br>$S = \frac{1440}{2}(u_1 + u_{1440})$ ، $S = 413568$                                         |
| 01.25                      | 0.25<br>2×0.25 | (4) أ- $v_n = 4^{5u_n+6}$ $(v_n)$ هندسية<br>الاساس 16 والحد الأول 64                                                  |
|                            | ×0.25<br>2     | ب- حساب المجموع $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n = \frac{64}{15}(16^n - 1)$                                             |

| العلامة                   |        | عناصر الإجابة(الموضوع الأول)                                                                                                                                                 |
|---------------------------|--------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| مجموع                     | مجزأة  |                                                                                                                                                                              |
| التمرين الثالث: (08 نقاط) |        |                                                                                                                                                                              |
| 0.5                       | 2×0.25 | أ. $f(0)=\frac{1}{2}$ ومنه: $a=1$                                                                                                                                            |
| 02.5                      | 0.5×4  | II.<br>1) أ- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)=1$ ، $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)=+\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)=-\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)=1$ |
|                           | 2×0.25 | ب- للمنحنى م.م. مواز لـ $(xx')$ معادلته $x=-2$ و م.م. مواز لـ $(yy')$ معادلته $y=1$                                                                                          |
| 1.5                       | 2×0.5  | 2) أ- $f'(x)=\frac{1}{(x+2)^2}$ ، $f'(x)>0$                                                                                                                                  |
|                           | 0.5    | ب- جدول التغيرات.                                                                                                                                                            |
| 0.5                       | 0.25   | 3) إحداثيي نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين: $A(-2;1)$                                                                                                                        |
|                           | 0.25   | - تبيان أن $A$ مركز تناظر للمنحنى $(C_f)$ .                                                                                                                                  |
| 0.5                       | 0.5    | 4) معادلة المماس: $(\Delta):y=\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}$                                                                                                                      |
| 02                        | 0.5    | 5) $f(-1)=0$                                                                                                                                                                 |
|                           | 2×0.5  | - رسم المقاربين والمماس $(T)$                                                                                                                                                |
|                           | 0.5    | - رسم المنحنى $(C_f)$                                                                                                                                                        |
| 0.5                       | 0.5    | 6) $1\leq\frac{1}{x+2}$ معناه $f(x)\leq 0$ ، $S=]-2;-1]$                                                                                                                     |

| العلامة                     |                      | عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)                                                                                                                                         |
|-----------------------------|----------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| مجموع                       | مجزأة                |                                                                                                                                                                        |
| التمرين الأول : (06 نقاط )  |                      |                                                                                                                                                                        |
| 01                          | 01                   | (1) التحقق أنّ : $a \equiv 13[17]$                                                                                                                                     |
| 01.5                        | 01<br>0.5            | (2) بيان أنّ : $a$ و $b$ متوافقان بتريديد 17<br>$b \equiv 13[17]$                                                                                                      |
| 01.5                        | 0.75<br>0.75         | (3) $a \times b \equiv 169[17]$ و $a \times b \equiv 16[17]$ ومنه $a \times b \equiv -1[17]$<br>$3a^2 \times b^2 + 14 \equiv 0[17]$ ومنه $a^2 \times b^2 \equiv 1[17]$ |
| 01                          | 0.5×2                | (4) دور بواقي القسمة هو 4 والبواقي هي : 1 ; 13 ; 16 و 4                                                                                                                |
| 0.5                         | 0.25<br>0.25         | (5) $13^{1954} + (-1)^{2n} + 13^{2969} - 13 \equiv 16 + 1 + 13 - 13[17]$ ومنه<br>$2019^{1954} + 169^{2n} + 1441^{2969} - 13 \equiv 0[17]$                              |
| 0.5                         | 0.25<br>0.25         | (6) $n + 1954^{1962} + 16 \equiv 0[17]$ يكافئ $n + 1 + 16 \equiv 0[17]$ ومنه<br>$n = 17k / k \in \mathbb{N}$                                                           |
| التمرين الثاني : (06 نقاط ) |                      |                                                                                                                                                                        |
| 01                          | 01                   | (1) $u_1 = 2$                                                                                                                                                          |
| 02                          | 2×1                  | (2) $r = 4$ ، $u_0 = -2$                                                                                                                                               |
| 01                          | 01                   | (3) $u_n = 4n - 2$                                                                                                                                                     |
| 01                          | 2×0.5                | (4) (أ) $n = 505$ (ب) $u_{14} = 54$                                                                                                                                    |
| 0.5                         | 0.5                  | (5) $S_n = 2n^2 - 2$                                                                                                                                                   |
| 0.5                         | 0.5                  | (6) $2n^2 - 2 = 96$ يعني $n^2 - 49 = 0$ يعني $n = 7$                                                                                                                   |
| التمرين الثالث : (08 نقاط ) |                      |                                                                                                                                                                        |
| 2                           | 1×2                  | (1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$                                                                      |
| 03.5                        | 01.5<br>0.5<br>3×0.5 | (2) (أ) $f'(x) = 6x^2 + 6x$<br>إشارة $f'(x)$<br>(ب) حساب القيمتين وتشكيل جدول التغيرات                                                                                 |
| 01                          | 2×0.5                | (3) (أ) التحقق<br>(ب) تعيين نقطة التقاطع مع حامل محور الفواصل                                                                                                          |
| 0.5                         | ×0.25<br>2           | (4) - نقطة الإنعطاف<br>- معادلة المماس                                                                                                                                 |
| 0.75                        | ×0.25<br>3           | (5) انشاء المماس والمنحنى $(C_f)$                                                                                                                                      |
| 0.25                        | 0.25                 | (6) حل المتراجحة                                                                                                                                                       |