



عَيِّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كلّ حالة من الحالات التالية مع التبرير:

(1) (u_n) المتتالية الحسابية المعرفة على \mathbb{N} بعدها العام u_n حيث $u_n = -3n+1$

قيمة المجموع $u_{1954} + u_{1955} + \dots + u_{2022}$ هي:

(أ) -11926 (ب) -411447 (ج) 272356

(2) المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كلّ عدد طبيعي n بـ: $v_n = \frac{1}{2^{n-1}}$ هي متتالية:

(أ) هندسية (ب) حسابية (ج) لا حسابية ولا هندسية

(3) قيمة العدد الحقيقي $\int_1^2 (1 + \frac{1}{x^2}) dx$ هي:

(أ) $\frac{1}{2}$ (ب) $\frac{3}{2}$ (ج) $\frac{2}{3}$

(4) الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = x^2 + 6x + 4$ ، (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد.

محور تناظر المنحني (C) هو المستقيم ذو المعادلة:

(أ) $x = 4$ (ب) $x - 3 = 0$ (ج) $x + 3 = 0$

المستوي منسوب إلى معلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (C_f) و (C_g) التمثيلان البيانيان للدالتين العدديتين f و g المعرفة

على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = ax^2 + bx - 1$ و $g(x) = (x+1)^2(x-1)$ حيث a و b عدنان حقيقيان.

(1) أ- بيِّن أنه من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $g(x) = x^3 + x^2 - x - 1$

ب- عَيِّن العددين a و b حتى تكون g دالة أصلية لـ f على \mathbb{R}

(2) تحقّق أنه من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f(x) = (x+1)(3x-1)$

(3) أ- حلّ العبارة $g(x) - f(x)$

ب- استنتج أنّ (C_f) و (C_g) يتقاطعان في ثلاث نقط يُطلب تعيينها.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

$$\begin{cases} u_2 + u_3 + u_4 = 21 \\ u_4 + u_5 = 20 \end{cases} \quad \text{حيث } (u_n) \text{ المتتالية الحسابية المعرفة على } \mathbb{N} \text{ وأساسها } r$$

1) أ- بيّن أن $u_3 = 7$ و $r = 2$ ثم استنتج قيمة u_0

ب- أكتب u_n بدلالة n

ج- أحسب، بدلالة n ، المجموع S_n حيث $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$

2) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} بـ: $v_n = 3 \times 2^{2n}$

أ- بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $\frac{v_{n+1}}{v_n} = 4$ ثم استنتج طبيعة المتتالية (v_n)

ب- أحسب، بدلالة n ، المجموع S'_n حيث $S'_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $w_n = \frac{2}{3} v_n$

أ- تحقّق أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $w_n = 2^{u_n}$

ب- احسب P_n حيث، $P_n = w_0 \times w_1 \times \dots \times w_{n-1}$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على D حيث $D = \mathbb{R} - \{-2\}$ بـ: $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1) أ- احسب $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$ ثم فسّر النتيجةين بيانياً.

ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل لـ (C) ثم ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ)

3) بيّن أنّ النقطة $A(-2; -1)$ مركز تناظر (C)

4) أ- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D ، $f'(x) = \frac{(x+3)(x+1)}{(x+2)^2}$

ب- ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيّراتها.

5) أكتب معادلة لـ (T) مماس (C) في النقطة ذات الفاصلة 0

6) أنشئ (T)، (Δ) و (C)

7) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R} - \{-2; 2\}$ بـ: $g(x) = \frac{x^2 - 3|x| + 3}{-|x| + 2}$ ، (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ- بيّن أنّ g دالة زوجية ثم تحقّق أنّه من أجل كل x من $]-\infty; -2[\cup]-2; 0]$ ، $g(x) = f(x)$

ب- اشرح كيف يمكن إنشاء (C_g) انطلاقاً من (C) ثم أنشئه.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

(1) نضع من أجل كل عدد حقيقي x ، $P(x) = x^3 - 2x^2 - 2x - 3$

تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $P(x) = (x-3)(x^2 + x + 1)$ ثم حل في \mathbb{R} المعادلة $P(x) = 0$

(2) (u_n) المتتالية الهندسية التي حدها الأول u_0 وأساسها q ، حيث $u_0 = 2$ و $u_3 - 2u_2 - 2u_1 - 3u_0 = 0$

أ- بين أن $q^3 - 2q^2 - 2q - 3 = 0$ ثم استنتج قيمة q

ب- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 2 \times 3^n$

(3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $w_n = \frac{u_n}{3^n}$

احسب المجموع S_n حيث : $S_n = w_0 + w_1 + \dots + w_n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} بـ: $u_0 = -2$ و $u_{n+1} = 5u_n + 20$

(1) أ- احسب u_1 و u_2

ب- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} + 5 = 5(u_n + 5)$

(2) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > -5$

ب- ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

(3) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على \mathbb{N} بـ: $v_n = u_n + 5$

تحقق أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 5 ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n

(4) احسب، بدلالة n ، المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

أجب بصحيح أو خاطئ مع التعليل في كل حالة من الحالات التالية:

(1) (u_n) المتتالية الحسابية المعرفة على \mathbb{N} حيث $u_0 = 1$ و $u_4 = 3$

العدد 1012 حدّ من حدود (u_n)

(2) f و g الدالتان المعرفتان على \mathbb{R} بـ: $f(x) = (x+1)(3x-3)$ و $g(x) = (x+1)(x^2 - x - 2)$

g هي الدالة الأصلية للدالة f والتي تتعدم عند -1

(3) α عدد حقيقي. نضع : $a = 3\alpha + 5$ ، $b = 5\alpha + 3$ ، $c = 7\alpha + 1$

الأعداد a ، b ، c بهذا الترتيب هي حدود متتابعة من متتالية حسابية .

(4) f الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = x - 1 + \frac{3x^2 + 1}{x^2 + 1}$

المستقيم ذو المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل لمنحني الدالة f عند $+\infty$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

$$f(x) = -x + 1 + \frac{x}{(x-1)^2} \quad \text{بـ} \quad \mathbb{R} - \{1\}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1 أ- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب- احسب $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ وفسّر النتيجة بيانياً.

2 أ- بيّن أنّه من أجل كلّ x من $\mathbb{R} - \{1\}$ ، $f'(x) = \frac{-x(x^2 - 3x + 4)}{(x-1)^3}$

ب- بيّن أنّ f متزايدة تماماً على $[0; 1[$ ومنتاقصة تماماً على كلّ من $]-\infty; 0]$ و $]1; +\infty[$

ج- شكّل جدول تغيّرات الدالة f

3 أ- بيّن أنّ (C_f) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

ب- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

ج- بيّن أنّ (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $2,3 < \alpha < 2,4$

4 أ- أكتب معادلة $\perp (T)$ مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة -1

ب- أنشئ (Δ) و (C_f)

5 g الدالة العددية المعرّفة على $]1; +\infty[$ بـ : $g(x) = |f(x)|$ ، (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

- بيّن كيف يمكن إنشاء (C_g) انطلاقاً من (C_f) ثم أنشئ (C_g)

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
التمرين الأول (04 نقاط)		
01	0.50 0.50	(1) الاجابة الصحيحة هي ب التبرير : $u_{1954} + \dots + u_{2022} = \frac{69}{2}(u_{1954} + u_{2022}) = -411447$
01	0.50 0.50	(2) الاجابة الصحيحة هي أ التبرير : $v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n$ او $v_n = 2\left(\frac{1}{2}\right)^n$
01	0.50 0.50	(3) الاجابة الصحيحة هي ب التبرير : $\int_1^2 \left(1 + \frac{1}{x^2}\right) dx = \left[x - \frac{1}{x}\right]_1^2 = \frac{3}{2}$
01	0.50 0.50	(4) الاجابة الصحيحة هي ج التبرير : من اجل كل $x \in \mathbb{R}$ ، $(-6-x) \in \mathbb{R}$ ، $f(-6-x) = f(x)$
التمرين الثاني (04 نقاط)		
1.75	0.25+0.50	(1) أ- بالنشر والتبسيط أو التحليل نجد: $(x+1)^2(x-1) = x^3 + x^2 - x - 1$
	0.50 0.25×2	ب- من اجل كل $x \in \mathbb{R}$ $g'(x) = f(x)$ يكافئ $ax^2 + bx - 1 = 3x^2 + 2x - 1$ ومنه $a = 3$ و $b = 2$
0.5	0.50	(2) بالنشر والتبسيط أو التحليل نجد: $(x+1)(3x-1) = 3x^2 + 2x - 1$
1.75	0.50×2	(3) أ-تحليل العبارة $g(x) - f(x) = x(x+1)(x-3)$
	0.25×3	ب-إحداثيا نقط التقاطع : $(0; -1)$ و $(-1; 0)$ و $(3; 32)$
التمرين الثالث (04 نقاط)		
2.50	0.25×2	(1) أ- $3u_3 = 21$ و منه $u_3 = 7$
	0.25+0.25	$u_4 + u_5 = 20$ يكافئ $2u_3 + 3r = 20$ و منه $r = 2$ و $u_0 = 1$
	0.25+0.50	ب- $u_n = u_0 + rn = 2n + 1$
	0.25+0.50	ج- $S_n = \frac{n}{2}(u_0 + u_{n-1}) = n^2$
01	0.25+0.25	(2) أ- $\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{3 \times 2^{2n+2}}{3 \times 2^{2n}} = 4$ ومنه (v_n) متتالية هندسية
	0.25+0.25	ب- $S'_n = 4^n - 1$
0.50	0.25	(3) أ- $w_n = \frac{2}{3}v_n = \frac{2}{3}(3 \times 2^{2n}) = 2^{2n+1} = 2^{u_n}$
	0.25	ب- $p_n = 2^{S_n} = 2^{n^2}$

التمرين الرابع (08 نقاط)																						
1.75	0.50+0.50	أ $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty$																				
	0.25	التفسير البياني: $x = -2$ معادلة مستقيم مقارب لـ (C_f)																				
	0.25+0.25	ب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$																				
1.25	0.25	$f(x) - (x+1) = \frac{1}{x+2}$ مستقيم مقارب لأن: $(\Delta): y = x+1$																				
	0.25×2 0.25×2	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x+1)) = 0$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - (x+1)) = 0$ (C) أعلى (Δ) في $]-2; +\infty[$ ، (C) أسفل (Δ) في $]-\infty; -2[$																				
0.5	0.25×2	$A(-2; -1)$ مركز التناظر لأن $x \in D_f$ و $-4-x \in D_f$ $f(-4-x) + f(x) = -2$																				
2	0.50×2	أ $f'(x) = \frac{x^2 + 4x + 3}{(x+2)^2} = \frac{(x+3)(x+1)}{(x+2)^2}$																				
	0.25	ب - f متزايدة تماما على كل من $]-\infty; -3[$ و $]-1; +\infty[$																				
	0.25	f متناقصة تماما على كل من $]-3; -2[$ و $]-2; -1]$ جدول تغيرات f																				
	0.5	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-3</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$-\infty$</td> <td>$-\infty$</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	-	0	+	$f(x)$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	1	$+\infty$	$+\infty$
x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$																	
$f'(x)$	+	0	-	-	0	+																
$f(x)$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	1	$+\infty$	$+\infty$																
0.50	0.50	معادلة للمماس $(T): y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$																				
01	0.25	إنشاء (T) ، (Δ) و (C)																				
	0.25 0.5																					
01	0.25	أثبتان أن g دالة زوجية																				

0.25	- من أجل كل x من $]-\infty; -2[\cup]-2; 0]$ ، $g(x) = f(x)$
0.25	ب- على $]-\infty; -2[\cup]-2; 0]$ ينطبق على (C_g) و (C) متناظر بالنسبة الى حامل محور الترتيب
0.25	- إنشاء (C_g)

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)

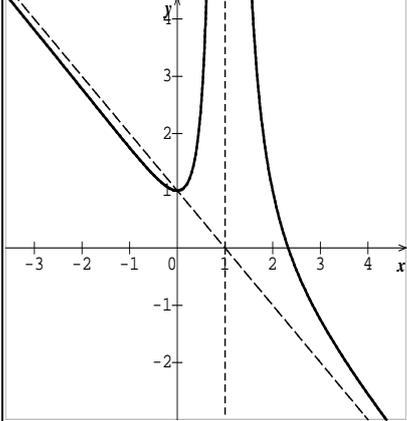
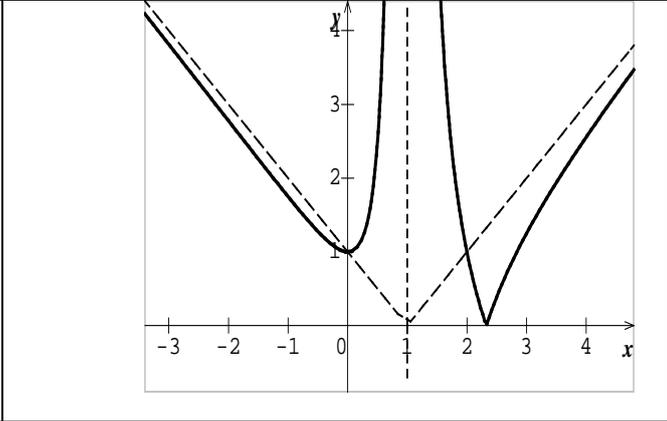
التمرين الأول (04 نقاط)

1.50	0.75 0.25+0.50	$(x-3)(x^2+x+1) = x^3 - 2x^2 - 2x - 3$ $P(x) = 0$ تكافئ $(x-3)(x^2+x+1) = 0$ ومنه $x = 3$	(1)
1.75	0.25+0.50 0.50+0.50	أ- $u_3 - 2u_2 - 2u_1 - 3u_0 = 0$ تكافئ $u_0q^3 - 2u_0q^2 - 2u_0q - 3u_0 = 0$ ومنه $q^3 - 2q^2 - 2q - 3 = 0$ اذن $q = 3$ ب- $u_n = u_0 \times q^n = 2 \times 3^n$	(2)
0.75	0.25+0.50	لدينا $w_n = \frac{u_n}{3^n} = 2$ ومنه $S_n = 2(n+1)$	(3)

التمرين الثاني (04 نقاط)

1.50	0.50+0.50 0.50	أ- $u_1 = 10$ و $u_2 = 70$ ب- $u_{n+1} + 5 = (5u_n + 20) + 5 = 5(u_n + 5)$	(1)
1.25	0.50+0.25 0.25+0.25	أ- البرهان بالتراجع على أن: $u_n > -5$ ب- $u_{n+1} - u_n = 4(u_n + 5) > 0$ ومنه (u_n) متزايدة تماما	(2)
0.75	0.50 0.25	لدينا $v_{n+1} = 5v_n$ و منه (v_n) هندسية أساسها 5 $v_n = 3 \times 5^n$	(3)

0.50	0.25+0.25	لدينا $u_n = v_n - 5$ ومنه $S_n = \frac{3}{4}(5^{n+1} - 1) - 5(n+1)$	(4)																				
التمرين الثالث (04 نقاط)																							
01	0.50+0.50	صحيح لأن: $u_n = 1 + \frac{1}{2}n$ و $u_{2022} = 1012$	(1)																				
01	0.50+0.50	صحيح لأن: $g'(x) = f(x)$ و $g(-1) = 0$	(2)																				
01	0.50+0.50	صحيح لأن: $2b = a + c$	(3)																				
01	0.50+0.50	خاطئ لأن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x + 1) \neq 0$	(4)																				
التمرين الرابع (08 نقاط)																							
2	0.50+0.50	أ- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$	(1)																				
	0.50	ب- $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = +\infty$																					
	0.50	التفسير البياني : $x = 1$ معادلة مستقيم مقارب للمنحني (C_f)																					
2	0.75	أ- $f'(x) = \frac{-x(x^2 - 3x + 4)}{(x-1)^3}$	(2)																				
	0.25	ب- إشارة $f'(x)$																					
	0.25	f متزايدة تماما على $[0; 1[$																					
	0.25	f متناقصة تماما على كل من $]-\infty; 0]$ و $]1; +\infty[$																					
	0.5	ج- جدول التغيرات																					
<table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$+\infty$</td> <td>\searrow</td> <td>\nearrow</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>1</td> <td></td> <td>$-\infty$</td> </tr> </table>				x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	-	$f(x)$	$+\infty$	\searrow	\nearrow	$+\infty$			1		$-\infty$
x	$-\infty$	0	1	$+\infty$																			
$f'(x)$	-	0	+	-																			
$f(x)$	$+\infty$	\searrow	\nearrow	$+\infty$																			
		1		$-\infty$																			
1.75	0.5	أ- (Δ) ذو المعادلة $y = -x + 1$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f)	(3)																				
	0.25×3	ب- $f(x) - (-x + 1) = \frac{x}{(x-1)^2}$																					
	0.5	ج- مبرهنة القيم المتوسطة																					
1.75	0.75	أ- معادلة لـ (T) : $y = -x + \frac{3}{4}$	(4)																				

	0.5+0.5		ب- إنشاء (Δ) و (C_f)	
	0.25	(5) (C_g) ينطبق على (C_f) على $]-\infty; 1[\cup]1; \alpha[$ و (C_g) يناظر (C_f) بالنسبة إلى محور الفواصل على $[\alpha; +\infty[$		
0.5	0.25		إنشاء (C_g)	