



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دورة: 2023

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: تقني رياضي

المدة: 04 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول



التمرين الأول: (04 نقاط)

- يحتوي كيس على 8 كريات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس، موزعة كما يلي:
- 3 كريات بيضاء مرقمة بـ: 0، 1، 1 و 3 كريات حمراء مرقمة بـ: 1، 1، 2 و كرتين خضراوين مرقمتين بـ: 1، 2
- نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس ونعتبر الحوادث A ، B ، C الآتية:
- A "الحصول على كرتين من نفس اللون"، B "الحصول على كرية حمراء على الأقل"، C "الحصول على كرتين تحملان رقمين مجموعهما يساوي 3"
- (1) أ) بين أن احتمال الحدث A يساوي $\frac{1}{4}$ وأن احتمال الحدث B يساوي $\frac{9}{14}$
- ب) احسب الاحتمال $P(C)$
- (2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب لكرتين الرقمين المسجلين عليهما.
- أ) برّر أن مجموعة قيم المتغير العشوائي X هي $\{1; 2; 3; 4\}$
- ب) عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضي $E(X)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

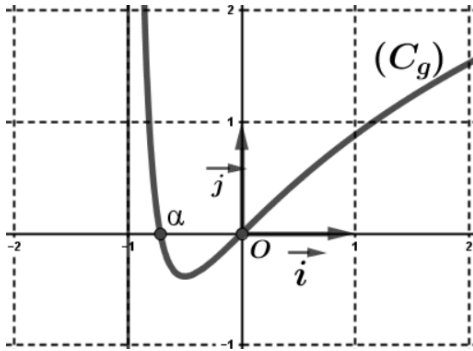
- (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1$
- (1) برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < 3$
- (2) بين أن (u_n) متزايدة تماما.
- (3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_n - 3$
- أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{2}{3}$ يُطلب تعيين حدّها الأول v_0
- ب) عيّن عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = -2\left(\frac{2}{3}\right)^n + 3$
- ج) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$
- (4) نضع: من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و $T_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$
- احسب S_n بدلالة n ثم بين أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $T_n = 3n - 3 + 4\left(\frac{2}{3}\right)^n$



التمرين الثالث: (05 نقاط)

- (1) أ) عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7
 ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد 1444^{2023} على 7
 ج) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $[7] 1962n + 1444^{3n+1} \equiv 0$
 (2) نعتبر المعادلة $(E) \dots 7x - 6y = 4$ ذات المجهولين الصحيحين x و y
 تحقّق أنّ الثنائية $(4; 4)$ حلّ للمعادلة (E) ثمّ استنتج مجموعة حلولها.
 (3) عيّن الثنائيات $(x; y)$ من الأعداد الطبيعية حلول المعادلة (E) والتي تحقّق $2^{3x} + 2^y \equiv 3[7]$

التمرين الرابع: (07 نقاط)



(I) g الدالة المعرفة على $[-1; +\infty[$ بـ: $g(x) = 2 \ln(x+1) - \frac{x}{x+1}$

(C_g) تمثيلها البياني، يقطع حامل محور الفواصل في النقطتين اللتين فاصلتاها α و 0 (لاحظ الشكل المقابل)

(1) بقراءة بيانية ، حدّد حسب قيم x إشارة $g(x)$

(2) تحقّق أنّ: $-0,72 < \alpha < -0,71$

(II) f الدالة المعرفة على المجال $[-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = (2x+3) \ln(x+1) - 3x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$)

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ثمّ فسّر النتيجة هندسياً.

ب) تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي غير معدوم x من المجال $[-1; +\infty[$:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{ثمّ استنتج أنّ:} \quad f(x) = x \left[\left(2 + \frac{3}{x} \right) \ln(x+1) - 3 \right]$$

(2) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $[-1; +\infty[$ ، $f'(x) = g(x)$

ب) استنتج أنّ f متناقصة تماماً على $[\alpha; 0]$ و متزايدة تماماً على كلّ من المجالين $[-1; \alpha]$ و $[0; +\infty[$

ج) شكّل جدول تغيّرات الدالة f

(3) أ) ارسم (C_f) في المجال $[-1; 4]$ (نأخذ : $f(3) \approx 3,5$ ، $f(4) \approx 5,7$ و $f(\alpha) \approx 0,2$)

ب) عيّن بيانياً قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x) = m$ ثلاثة حلول بالضبط.

(4) F الدالة المعرفة على المجال $[-1; +\infty[$ بـ: $F(x) = (x^2 + 3x + 2) \ln(x+1) - 2x^2 - 2x$

أ) تحقّق أنّ F أصلية للدالة f على المجال $[-1; +\infty[$

ب) استنتج بالسنتيمتر المربع $\mathcal{A}$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحني (C_f) والمستقيمت التي معادلاتها

$$x=0 \quad \text{و} \quad x=\alpha, \quad y=0$$

ج) تحقّق أنّ $\mathcal{A} = (6\alpha^2 + 4\alpha) cm^2$



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 11 كرتة متماثلة ولا نفرّق بينها باللمس، موزعة كما يلي:

3 كريات تحمل الرقم 0 ، 3 كريات تحمل الرقم 1 و 5 كريات تحمل الرقم 2

نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس ونعتبر الحوادث A ، B ، C الآتية:

A " الحصول على كرتين رقم كل منهما عدد أولي " ، B " الحصول على كرتة واحدة تحمل رقما فرديا "

C " الحصول على كرتين جُداء رقميهما معدوم "

(1 أ) بيّن أنّ احتمال الحدث A يساوي $\frac{2}{11}$ وأنّ احتمال الحدث B يساوي $\frac{24}{55}$

(ب) احسب الاحتمال $P(C)$

(2) نعتبر المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب لكرتين جُداء الرقمين المسجلين عليهما.

(أ) برّر أنّ مجموعة قيم المتغيّر العشوائي X هي $\{0;1;2;4\}$

(ب) عيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي X ثم احسب أمله الرياضي $E(X)$

(ج) احسب احتمال الحدث: " $e^{X+6} < 2023$ "

التمرين الثاني: (04 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الآتية مع التبرير.

(1) حلّ المعادلة التفاضلية $y' = y - 2$ الذي يحقّق $y(0) = 1446$ هو الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

(أ) $h(x) = 1444e^x - 2$ (ب) $h(x) = 1444e^x + 2$ (ج) $h(x) = 1444e^{-x} + 2$

(2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [-x + \ln x - \ln(x+1)]$ تساوي:

(أ) 0 (ب) $+\infty$ (ج) $-\infty$

(3) العدد الحقيقي I حيث $I = \int_0^{\ln 2} (e^{-x} + 1) dx$ يساوي:

(أ) $\frac{1}{2} + \ln 2$ (ب) $\frac{1}{2} - \ln 2$ (ج) $-\frac{1}{2} + \ln 2$

(4) من أجل كلّ عدد طبيعي n أكبر تماما من 1 ، $PGCD(2n^2 + n ; 3n^2 + n)$ يساوي:

(أ) 1 (ب) n (ج) $2n$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 1$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 1 - \frac{1}{3u_n + 1}$

(1) برهن بالتراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n > \frac{2}{3}$

(2) بيّن أنّ (u_n) متناقصة تماما.



(3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = 3 - \frac{2}{u_n}$

(أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ يُطلب تعيين حدّها الأول v_0

(ب) عيّن عبارة الحدّ العام v_n بدلالة n ثم استنتج أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n = \frac{2}{3 - \left(\frac{1}{3}\right)^n}$

(ج) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) نضع: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و $T_n = \frac{2}{u_0} + \frac{2}{u_1} + \dots + \frac{2}{u_n}$

احسب S_n بدلالة n ثم بين أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $T_n = 3n + \frac{1}{2} \left[3 + \left(\frac{1}{3}\right)^n \right]$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$g(x)$	-1	$g(-\frac{1}{2})$	$+\infty$

(I) الجدول المقابل يُمثّل تغيّرات الدّالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$g(x) = -1 + (2x - 1)e^x$$

(1) أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,7 < \alpha < 0,8$

(2) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

(II) f الدّالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = -x + 4 + (2x - 3)e^x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم بين أنّ: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

(ب) بين أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x + 4$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$

(ج) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

(2) (أ) بين أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$

(ب) استنتج أنّ f متناقصة تماما على $]-\infty; \alpha]$ و متزايدة تماما على $[\alpha; +\infty[$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

(3) (أ) أثبت أنّ (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يُطلب تعيين معادلة له.

(ب) ارسم (Δ) ، (T) و (C_f) (نأخذ : $f(2) \approx 9,4$ و $f(\alpha) \approx 0,1$)

(ج) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x) = -x + m$ حلّين بالضبط.

(4) F الدّالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $F(x) = (-2x + 5)e^x$

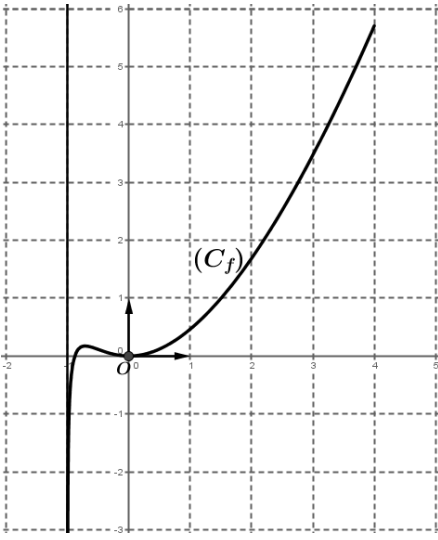
(أ) تحقّق أنّ F أصلية للدّالة $x \mapsto (-2x + 3)e^x$ على $\mathbb{R}$

(ب) استنتج مساحة الحيز المستوي المحدّد بـ (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها

$$x = 0 \text{ و } x = -1, \quad y = -x + 4$$

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)											
مجموع	مجزأة												
التمرين الأول (04 نقاط)													
2	0.5 + 0.25	$P(A) = \frac{C_3^2 + C_3^2 + C_2^2}{C_8^2} = \frac{1}{4}$ (أ)	1										
	0.5 + 0.25	$P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - \frac{C_5^2}{C_8^2} = \frac{9}{14}$											
	2 × 0.25	$P(C) = \frac{C_5^1 \times C_2^1}{C_8^2} = \frac{5}{14}$ (ب)											
2	0.5	(أ) تبرير عناصر المجموعة {1; 2; 3; 4}	2										
	4 × 0.25	(ب) قانون الاحتمال <table><tr><td>x_i</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>$P(X = x_i)$</td><td>$\frac{5}{28}$</td><td>$\frac{12}{28}$</td><td>$\frac{10}{28}$</td><td>$\frac{1}{28}$</td></tr></table>		x_i	1	2	3	4	$P(X = x_i)$	$\frac{5}{28}$	$\frac{12}{28}$	$\frac{10}{28}$	$\frac{1}{28}$
	x_i	1		2	3	4							
$P(X = x_i)$	$\frac{5}{28}$	$\frac{12}{28}$	$\frac{10}{28}$	$\frac{1}{28}$									
0.5	$E(X) = \frac{9}{4}$												
التمرين الثاني (04 نقاط)													
1	0.25	البرهان بالتراجع: التحقق من صحّة الخاصية الابتدائية	1										
	0.75	إثبات صحّة الاستلزام (إثبات أنّ الخاصية وراثية)											
0.25	0.25	من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$ ، $u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{3}(u_n - 3)$ ، ومنه (u_n) متزايدة تماما	2										
1.75	0.75	(أ) من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$ ، $v_{n+1} = \frac{2}{3}v_n$ ،	3										
	0.25	$v_0 = -2$											
	2 × 0.25	(ب) من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n = -2\left(\frac{2}{3}\right)^n + 3$ و $v_n = -2\left(\frac{2}{3}\right)^n$											
	0.25	(ج) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3$ لأنّ $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n = 0$											
1	0.75	$S_n = v_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} = -6 \left[1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} \right]$	4										
	0.25	$T_n = S_n + 3(n+1) = -6 \left[1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} \right] + 3n + 3 = 3n - 3 + 4\left(\frac{2}{3}\right)^n$											

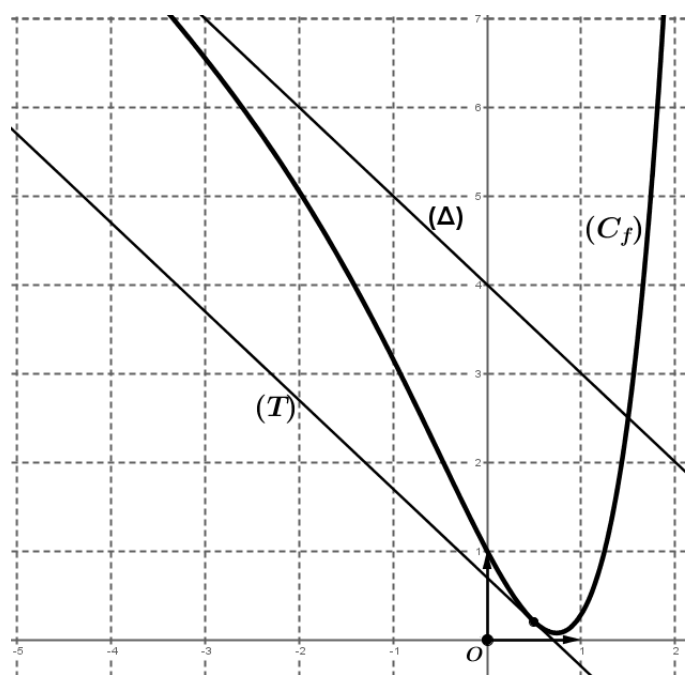
التمرين الثالث (05 نقاط)																		
3	2 × 0.75	$2^3 \equiv 1[7]$ ، $2^2 \equiv 4[7]$ ، $2^1 \equiv 2[7]$ ، $2^0 \equiv 1[7]$ (أ) $k \in \mathbb{N}$ <table><tr><td>n</td><td>$3k$</td><td>$3k+1$</td><td>$3k+2$</td></tr><tr><td>$2^n \equiv$</td><td>1</td><td>2</td><td>4</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td>$[7]$</td></tr></table>			n	$3k$	$3k+1$	$3k+2$	$2^n \equiv$	1	2	4				$[7]$	1	
	n	$3k$	$3k+1$	$3k+2$														
	$2^n \equiv$	1	2	4														
				$[7]$														
3 × 0.25	(ب) لدينا $1444 \equiv 2[7]$ ومنه $2023 \equiv 1[3]$ وعليه $1444^{2023} \equiv 2[7]$																	
0.25	(ج) $1962n \equiv 2n[7]$ و $1444^{3n+1} \equiv 2[7]$																	
0.25	$1962n + 1444^{3n+1} \equiv 0[7]$ معناه $2n + 2 \equiv 0[7]$ أي $n \equiv 6[7]$																	
	0.25	وعليه $n = 7\alpha + 6$ مع $\alpha \in \mathbb{N}$																
1.5	0.5	لدينا $7(4) - 6(4) = 4$ ومنه $(4; 4)$ حلّ للمعادلة (E)			2													
	0.5	لدينا $\begin{cases} 7x - 6y = 4 \\ 7(4) - 6(4) = 4 \end{cases}$ ومنه $7(x - 4) = 6(y - 4)$																
	0.5	وباستعمال مبرهنة غوص: مجموعة الحلول هي $\{(6k + 4; 7k + 4) / k \in \mathbb{Z}\}$																
0.5	0.25	$2^{3x} + 2^y \equiv 3[7]$ معناه $2^{3x} + 2^{7k+4} \equiv 1 + 2^{k+1}[7]$ ومنه $2^k \equiv 1[7]$			3													
	0.25	وبالتالي $k = 3\lambda$ ، وعليه $(x; y) \in \{(18\lambda + 4; 21\lambda + 4) / \lambda \in \mathbb{N}\}$																
التمرين الرابع (07 نقاط)																		
0.75	0.75	<table><tr><td>x</td><td>-1</td><td>α</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>+</td><td>$\emptyset$</td><td>-</td><td>$\emptyset$</td></tr></table> إشارة $g(x)$		x	-1	α	0	$+\infty$	$g(x)$	+	$\emptyset$	-	$\emptyset$	(1 I)				
x	-1	α	0	$+\infty$														
$g(x)$	+	$\emptyset$	-	$\emptyset$														
0.5	0.5	$g(-0,71) \simeq -0,027$ و $g(-0,72) \simeq 0,025$ ومنه $g(-0,72) \times g(-0,71) < 0$			(2)													
1	0.25+0.25	(أ) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty$ ، المستقيم ذو المعادلة $x = -1$ مقارب لـ (C_f)			(1 II)													
	0.25+0.25	(ب) $f(x) = x \left[\left(2 + \frac{3}{x} \right) \ln(x+1) - 3 \right]$ ومنه $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$																
2	0.75	(أ) من أجل كلّ x من المجال $]-1; +\infty[$ ، $f'(x) = g(x)$			(2)													
	0.25	(ب) f متناقصة تماما على $[\alpha; 0]$																
	0.25	ومتزايدة تماما على كلّ من المجالين $]-1; \alpha]$ و $[0; +\infty[$																
	0.75	(ج) جدول التغيرات <table><tr><td>x</td><td>-1</td><td>α</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>+</td><td>$\emptyset$</td><td>-</td><td>$\emptyset$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>$f(\alpha)$</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr></table>				x	-1	α	0	$+\infty$	$f'(x)$	+	$\emptyset$	-	$\emptyset$	$f(x)$	$-\infty$	$f(\alpha)$
x	-1	α	0	$+\infty$														
$f'(x)$	+	$\emptyset$	-	$\emptyset$														
$f(x)$	$-\infty$	$f(\alpha)$	0	$+\infty$														

1	0.75	(أ) الرسم: 	(3)
	0.25	ب) المعادلة $f(x) = m$ تقبل ثلاثة حلول بالضبط من أجل $0 < m < f(\alpha)$	
1.75	1	أ) من أجل كل x من $]-1; +\infty[$ ، $F'(x) = f(x)$	(4)
	0.25+0.25	ب) $\mathcal{A} = [F(0) - F(\alpha)] = [2\alpha^2 + 2\alpha - (\alpha^2 + 3\alpha + 2)\ln(\alpha + 1)]u.a$	
	0.25	ج) لدينا: $\ln(\alpha + 1) = \frac{\alpha}{2(\alpha + 1)}$ ومنه: $\mathcal{A} = (6\alpha^2 + 4\alpha)cm^2$	

ملاحظة: تُقبل وتُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيد التام بسلم التنقيط

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)											
مجموع	مجزأة												
التمرين الأول (04 نقاط)													
2	0.5 + 0.25	$P(A)=\frac{C_5^2}{C_{11}^2}=\frac{2}{11}$ (أ)	1										
	0.5 + 0.25	$P(B)=\frac{C_3^2\times C_8^1}{C_{11}^2}=\frac{24}{55}$											
	2 × 0.25	$P(C)=1-\frac{C_8^2}{C_{11}^2}=\frac{27}{55}$ أو $P(C)=\frac{C_3^1\times C_8^1+C_3^2}{C_{11}^2}=\frac{27}{55}$ (ب)											
2	0.5	(أ) تبرير عناصر المجموعة {0;1;2;4}	2										
	4 × 0.25	(ب) قانون الاحتمال <table><tr><td>x_i</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>4</td></tr><tr><td>$P(X=x_i)$</td><td>$\frac{27}{55}$</td><td>$\frac{3}{55}$</td><td>$\frac{15}{55}$</td><td>$\frac{10}{55}$</td></tr></table>		x_i	0	1	2	4	$P(X=x_i)$	$\frac{27}{55}$	$\frac{3}{55}$	$\frac{15}{55}$	$\frac{10}{55}$
	x_i	0		1	2	4							
	$P(X=x_i)$	$\frac{27}{55}$		$\frac{3}{55}$	$\frac{15}{55}$	$\frac{10}{55}$							
0.25	$E(X)=\frac{73}{55}$												
0.25	$P(e^{X+6} < 2023)=P(X=0)+P(X=1)=\frac{6}{11}$ (ج)												
التمرين الثاني (04 نقاط)													
01	0.5 + 0.5	الاقتراح الصحيح هو ب) لأنّ $h(x)=ke^x+2$ و $h(0)=1446$	1										
01	0.5 + 0.5	الاقتراح الصحيح هو ج) لأنّ $\lim_{x\rightarrow+\infty}[-x+\ln x-\ln(x+1)]=\lim_{x\rightarrow+\infty}\left(-x+\ln\frac{x}{x+1}\right)$	2										
01	0.5 + 0.5	الاقتراح الصحيح هو أ) لأنّ $I=\int_0^{\ln 2}(e^{-x}+1)dx=\left[-e^{-x}+x\right]_0^{\ln 2}$	3										
01	0.5 + 0.5	الاقتراح الصحيح هو ب) لأنّ $2n+1$ و $3n+1$ أوليان فيما بينهما $PGCD(2n^2+n;3n^2+n)=n\times PGCD(2n+1;3n+1)$ و	4										
التمرين الثالث (05 نقاط)													
1	0.25	البرهان بالتراجع: التحقق من صحة الخاصية الابتدائية	1										
	0.75	إثبات صحة الاستلزام (إثبات أنّ الخاصية وراثية)											
0.5	0.25	من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$ ، $u_{n+1}-u_n=\frac{(2-3u_n)u_n}{3u_n+1}$ ومنه $u_{n+1}-u_n<0$	2										
	0.25	نستنتج أنّ (u_n) متناقصة تماما											

2.5	0.75	$v_{n+1} = \frac{1}{3}v_n$ ، $\mathbb{N}$ من n كل	3								
	0.25	$v_0 = 1$									
	2×0.25	ب) من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $v_n = v_0 \times q^n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$									
	2×0.25	$u_n = \frac{2}{3-v_n} = \frac{2}{3-\left(\frac{1}{3}\right)^n}$									
	0.5	$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n = 0$ لأن $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{2}{3}$ (جـ)									
1	0.75	$S_n = v_0 \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = S_n = \frac{3}{2} \left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right]$	4								
	0.25	$T_n = 3(n+1) - S_n = 3n + 3 - \frac{3}{2} \left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right] = 3n + \frac{1}{2} \left[3 + \left(\frac{1}{3}\right)^n\right]$									
التمرين الرابع (07 نقاط)											
0.5	2×0.25	g مستمرة و متزايدة تماما على $[0,7 ; 0,8]$ و $g(0,7) \times g(0,8) < 0$ و $(g(0,8) \approx 0,34$ و $g(0,7) \approx -0,19)$	1 (I)								
0.75	0.75	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>$-$</td><td>$\emptyset$</td><td>$+$</td></tr></table> إشارة $g(x)$	x	$-\infty$	α	$+\infty$	$g(x)$	$-$	$\emptyset$	$+$	2
x	$-\infty$	α	$+\infty$								
$g(x)$	$-$	$\emptyset$	$+$								
1.5	2×0.25	أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$	1 (II)								
	0.25	ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (-x + 4)] = 0$									
	3×0.25	ج) على $\left] -\infty ; \frac{3}{2} \right[$: (C_f) أسفل (Δ) وعلى $\left] \frac{3}{2} ; +\infty \right[$: (C_f) أعلى (Δ) $A\left(\frac{3}{2} ; \frac{5}{2}\right)$ في النقطة (Δ) يقطع (C_f)									

1.5	0.75	أ) من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$	2										
	2 × 0.25 0.25	ب) f متناقصة تماما على $]-\infty; \alpha]$ و متزايدة تماما على $[\alpha; +\infty[$ جدول التغيرات <table border="1"> <tr> <td>x</td><td>$-\infty$</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$f'(x)$</td><td>$-$</td><td>$\emptyset$</td><td>$+$</td></tr> <tr> <td>$f(x)$</td><td>$+\infty$</td><td>$f(\alpha)$</td><td>$+\infty$</td></tr> </table>		x	$-\infty$	α	$+\infty$	$f'(x)$	$-$	$\emptyset$	$+$	$f(x)$	$+\infty$
x	$-\infty$	α	$+\infty$										
$f'(x)$	$-$	$\emptyset$	$+$										
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$										
1.75	2 × 0.25	أ) حلّ المعادلة $f'(x) = -1$ ومعادلة $(T): y = -x + 4 - 2\sqrt{e}$	3										
	0.25 0.25 0.50	ب) الرسم: رسم (Δ) رسم (T) رسم (C_f) 											
	0.25	ج) للمعادلة $f(x) = -x + m$ حلان بالضبط من أجل $4 - 2\sqrt{e} < m < 4$											
1	0.5	أ) من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $F'(x) = (-2x + 3)e^x$	4										
	2 × 0.25	ب) $\int_{-1}^0 [(-x + 4) - f(x)] dx = [F(x)]_{-1}^0 = \frac{5e - 7}{e} u.a$											

ملاحظة: تُقبل وتُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيد التام بسلم التنقيط