**النشر**

$$(a+b+c)x = ax+bx+cx$$

$$(a+b)(x+y)=a(x+y)+b(x+y)$$
$$=ax+ay+bx+by$$

**التعامل مع الكسور**

$$\frac{a+b+c}{x}=\frac{a}{x}+\frac{b}{x}+\frac{c}{x}$$

---

$$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd} \quad ، \quad a\pm\frac{b}{c}=\frac{ac\pm b}{c} \quad ، \quad \frac{a}{b}\pm\frac{c}{d}=\frac{ad\pm bc}{bd}$$

---

$$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$$

---

**المتطابقات الشهيرة**

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2 \quad ، \quad (a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

$$(a-b)^2=(b-a)^2 \quad ، \quad (-a-b)^2=(a+b)^2$$

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

**01) توحيد المقامات**

$$\frac{3}{7}+\frac{2}{5} \quad ، \quad \frac{-10}{3}+\frac{2}{5} \quad ، \quad 3+\frac{2}{5} \quad ، \quad -3+\frac{2}{5} \quad ، \quad 4-\frac{2}{5}$$

$$\frac{10}{-3}-\frac{1}{7} \quad ، \quad \frac{2x}{5}-\frac{x^2}{7} \quad ، \quad \frac{3}{5}-\frac{1}{10} \quad ،$$

**02) التبسيط**

$$\frac{3}{7}\times\frac{2}{5} \quad ، \quad \frac{10}{-3}\times\frac{2}{5} \quad ، \quad \frac{3}{\sqrt{3}}\times\frac{2}{5} \quad ، \quad 3\times\frac{2}{5} \quad ، \quad \frac{2}{6}\times 4$$

$$\frac{2}{3}\times x \quad ، \quad -3\times\frac{2}{6} \quad ، \quad \frac{3}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{6}}{5} \quad ، \quad \frac{x}{3}\times\frac{2x}{5} \quad ، \quad \frac{3}{5}\times 4+\frac{1}{3}$$

$$3\left(\frac{2}{3}\right)^3 \quad ، \quad 3\times 5^3\times 5^4 \quad ، \quad \frac{4^2}{4^3} \quad ، \quad \frac{e^5\times e^{-2}}{e\times e^6}\times e^4$$

$$2x+3x-1 \quad ، \quad 2x-3x-6x+3 \quad ، \quad x^2-3x-6x^2+4x^2+2 \quad ، \quad \frac{2}{3}x-\frac{5}{3}x+x^2$$

**03) النشر و التبسيط**

$$(2x-3)(-6x+3) \quad ، \quad (x-1)(x+3) \quad ، \quad (1-x)(2x-4)+1 \quad ، \quad x(-x+1)-1$$

$$3-(1+x)(2x-4) \quad ، \quad (-3x+1)(x-2)-4 \quad ، \quad (x+1)(-x+3)-3(x+2)$$

**04) توحيد المقامات**

$$f(x)=-x+3+\frac{1}{x+1} \quad ، \quad f(x)=x-\frac{x-1}{2x+1} \quad ، \quad f(x)=2x-1+\frac{1}{x+1}$$

$$f(x)=\frac{17}{x-3}-2x+6 \quad ، \quad f(x)=-x-5+\frac{10}{2-x} \quad ، \quad f(x)=x-\frac{1}{-x+1}$$

**05) التبسيط**

$$\frac{1+\frac{2}{3}}{3-\frac{2}{3}} \quad ، \quad \frac{1-\frac{5}{4}}{2+\frac{1}{4}} \quad ، \quad \frac{-3+\frac{1}{2}}{2-\frac{3}{2}} \quad ، \quad \frac{-3+\frac{1}{1+x}}{2-\frac{3}{1+x}} \quad ، \quad -3\times\frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^n}{1-\frac{1}{3}} \quad ، \quad \frac{1}{2}\times\frac{\left(\frac{3}{4}\right)^n-1}{\frac{3}{4}-1}$$

## المعادلات و المتراجحات من الدرجة الأولى

التمرين 01) حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

$$3x+5=0 \quad ، \quad -2x+7=3 \quad ، \quad -\frac{1}{5}x+6=0 \quad ، \quad \frac{2}{5}x+\frac{1}{3}=0 \quad ، \quad 3x-8=12-7x$$

$$4-(x+3)=5(x-1) \quad ، \quad \sqrt{2}x+2\sqrt{6}=5\sqrt{6}$$

التمرين 02)

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية ومثل حلولها على المحور الحقيقي

$$7x-5\le 0 \quad ، \quad -2x+4\le 0 \quad ، \quad -2(x-5)+x>21 \quad ، \quad -\frac{1}{6}x+\frac{1}{3}\le 0$$

$$3x-3\ge 0 \quad ، \quad 2x-5>-11 \quad ، \quad x-2x+3\ge 0 \quad ، \quad \frac{2}{5}x+\frac{1}{3}\le 0$$

التمرين 03)

ادرس إشارة العبارة $p(x)$ في الحالات التالية :

$$p(x)=2x+6 \quad ، \quad p(x)=-3x-9 \quad ، \quad p(x)=x-\sqrt{6} \quad ، \quad p(x)=-\sqrt{3}x-4$$

$$p(x)=-\frac{1}{5}x-2 \quad ، \quad p(x)=-2x+7$$

**التمرين 04)** ادرس إشارة العبارة $g(x)$ في كل حالة مما يلي:

$g(x)=(3x-2)(2-x)$ ، $g(x)=(-3x+2)(x+1)^2$ ، $g(x)=\frac{1}{x}$

$g(x)=\frac{-x+3}{x-1}$ ، $g(x)=1+\frac{3}{x-1}$ ، $g(x)=\frac{-2x+8}{(x+3)^2}$ ، $g(x)=2+\frac{3}{(x-1)^2}$

## المعادلات و المتراجحات من الدرجة الثانية

**التمرين 05)** حل في مجموعة الأعداد الحقيقية المعادلة: $p(x)=0$

ثم ادرس إشارة العبارة $p(x)$ في الحالات التالية :

$p(x)=2x^2+x-6$ ، $p(x)=-3x^2+8x-4$ ، $p(x)=-6x^2+x-2$

$p(x)=5x^2-x+1$ ، $p(x)=2x^2-6\sqrt{2}x+9$ ، $p(x)=5x^2-2\sqrt{15}x+3$

$p(x)=-x^2+12x-36$ ، $p(x)=-x^2+2\sqrt{3}x-3$

$p(x)=\frac{1}{2}x^2+x+9$ ، $p(x)=(x^2-3)(x^2+2)$

## تفسير القيمة المطلقة

**التمرين 06)** اكتب دون رمز القيمة المطلقة العبارة $f(x)$ في الحالات التالية

| | | | |
|---|---|---|---|
| $f(x)=\lvert x-2\rvert$ | $f(x)=\lvert x+3\rvert$ | $f(x)=\lvert -x+4\rvert$ | $f(x)=\lvert 2x-1\rvert$ |
| $f(x)=\lvert 1-x\rvert$ | $f(x)=\lvert -3x+12\rvert$ | $f(x)=\lvert 2x^2+x-6\rvert$ | $f(x)=\lvert 1-x^2\rvert$ |
| $f(x)=\lvert x+1\rvert+\frac{1}{x-2}$ | $f(x)=-x-\frac{1}{\lvert x+2\rvert}$ | $f(x)=(x^2+2x)e^{\lvert x\rvert}$ | |

**التمرين 07)**

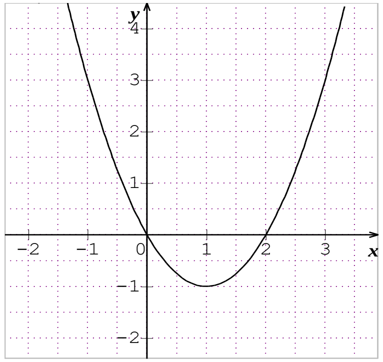
$(C)$ هو المنحني البياني للدالة $f$ (الشكل)

مثل مع الشرح المنحني البياني للدوال $g$ ، $h$ ، $k$ ، $L$ و $M$

$g(x)=-f(x)$ ، $h(x)=\lvert f(x)\rvert$

$k(x)=f(x-1)+3$ ، $L(x)=f(\lvert x\rvert)$

$M(x)=f(-x)$




**التمرين 08)**

نعتبر كثير الحدود $P(x)$ للمتغير الحقيقي $x$ حيث : $P(x)=x^3+5x^2+2x-8$

1) أحسب $P(1)$ ماذا تستنتج ؟ .

2) أ– عين الأعداد الحقيقية $a$ ; $b$ و $c$ حيث من اجل كل $x$ من $\mathbb{R}$:

$P(x)=(x-1)(ax^2+bx+c)$ .

ب– حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $x^3+5x^2+2x-8=0$ .

**التمرين 09)**

أ) $(C_f)$ المنحني البياني للدالة $f$ في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بين أن النقطة $\omega$ مركز تناظر لـ $(C_f)$ في الحالات التالية

$f(x)=-x-1-\frac{3}{x-2}$ و $\omega(2;-3)$

$f(x)=\frac{2x^2+5x+3}{x+2}$ و $\omega(-2;-3)$

$f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$ و $\omega\left(\frac{-d}{c};\frac{a}{c}\right)$

2) في معلم **متعامد** بين أن المستقيم ذو المعادلة $x=\alpha$ محور تناظر لـ $(C_f)$ في الحالات التالية :

| | |
|---|---|
| $f(x)=2x^2+4x-3$ و $x=-1$ | $f(x)=-x^2+3x$ و $x=\frac{3}{2}$ |
| $f(x)=\sqrt{2}(x-2)^2-3$ و $x=2$ | $f(x)=\frac{x^2-2x-5}{(x-1)^2}$ و $x=1$ |
| $f(x)=ax^2+bx+c$ و $x=\frac{-b}{2a}$ | |

ب) في كل مما يأتي احسب $f(-x)+f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا

$f(x)=\frac{2x-3}{x}$ ، $f(x)=x+2+\frac{1}{x}$ ، $\boxed{f(x)=\frac{3e^x+1}{e^x+1}}$ ، $\boxed{f(x)=\frac{e^x+3}{e^x-1}}$

**التمرين 10)** نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\lvert x-2\rvert-3\lvert x\rvert+\lvert x+2\rvert$

– بين أن الدالة $f$ زوجية ثم اكتب $f$ دون رمز القيمة المطلقة

**التمرين 11)** عين الأعداد الحقيقية $a$ ; $b$ و $c$ في كل حالة من الحالات :

1) $f(x)=\dfrac{x^2+3x+1}{x+1}$ ، $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x+1}$ حيث $x\in\mathbb{R}-\{-1\}$

2) $f(x)=\dfrac{x^2-2x}{x+2}$ ، $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x+2}$ حيث $x\in\mathbb{R}-\{-2\}$

3) $f(x)=\dfrac{x^2+3x}{2-x}$ ، $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{2-x}$ حيث $x\in\mathbb{R}-\{2\}$

4) $f(x)=\dfrac{3x^2+2x}{x^2-3x-4}$ ، $f(x)=a+\dfrac{b}{x+1}+\dfrac{c}{x-4}$ حيث $x\in\mathbb{R}-\{4;-1\}$

**التمرين 12)** حل في $\mathbb{R}$ المعادلات ذات المجهول $x$ التالية

$x^2+3|x-1|=0$ ، $x^2-4|x-2|=0$ ، $(x-2)^2-3(x-2)+2=0$

$x-5\sqrt{x}+6=0$ ، $x+\sqrt{x}-6=0$ ، $\dfrac{3}{x^2}-\dfrac{7}{x}+2=0$

# النهايات

## I) المستقيمات المقاربة الموازية لحاملي محوري الإحداثيات

| النهاية | معادلة المقارب |
|---|---|
| $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=b$ | $y=b$ |
| $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=3$ | |
| $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ | |
| $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-2$ | |

| النهاية | معادلة المقارب |
|---|---|
| $\lim\limits_{x\to a} f(x)=+\infty$ | $x=a$ |
| $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=-\infty$ | |
| $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\<}} f(x)=+\infty$ | |
| $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\>}} f(x)=+\infty$ | |

1) في كل مما يأتي أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ إن امكن ثم فسر النتيجة بيانيا

1) $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+1}$ ، 2) $f(x)=\dfrac{x+2}{3-x}$ 3) $f(x)=\dfrac{-3x^2-x}{x^2+1}$ ، 4) $f(x)=\dfrac{1-x}{x^2+2x}$

5) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{x}$

2) في كل مما يأتي أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to a\\<}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to a\\>}} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا

1) $f(x)=\dfrac{2x^2+1}{x+1}$ و $a=-1$ ، 2) $f(x)=\dfrac{x+2}{3-x}$ و $a=3$ 3) $f(x)=\dfrac{-3x+2}{(2-x)^2}$ و $a=2$

4) $f(x)=\dfrac{2x-3}{x}$ و $a=0$ ، 5) $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2-4}$ و $a=\pm2$ ، 6) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1}$ و $a=1$

7) $f(x)=\dfrac{2x^2-3x+1}{x^2-4x+3}$ و $a=1$ ، $a=3$

## II) المستقيم المقارب المائل

إذا كانت $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(ax+b)\right]=0$

فان المنحنى $(C_f)$ يقبل مستقيم مقارب مائل معادلة له : $y=ax+b$ بجوار $+\infty$

**تطبيق** : استنتج معادلة المستقيم المقارب في الحالات التالية :

$\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(3x-1)\right]=0$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-2x+3\right]=0$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)+x\right]=0$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)+(-2x+1)\right]=0$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-3x\right]=1$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(3x+2)\right]=-1$

**ملاحظة** : إذا كانت: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(ax+b)\right]=c$

فان معادلة المستقيم المقارب المائل هي : $y=ax+b+c$ بجوار $-\infty$

**تطبيقات** : في كل مما يأتي بين أن المستقيم $(\Delta)$ مستقيم مقارب لـ $(C_f)$

$f(x)=-2x+3+\dfrac{x}{x^2-1}$ ، $(\Delta): y=-2x+3$ حيث $x\in\mathbb{R}-\{-1;1\}$

$f(x)=\dfrac{2x^2-x+1}{x-1}$ ، $(\Delta): y=2x+1$ حيث $x\in\mathbb{R}-\{1\}$

$f(x)=\dfrac{x^3-x+1}{x^2+2}$ ، $(\Delta): y=x$ حيث $x\in\mathbb{R}$

$f(x)=\dfrac{-x^2+x+1}{x+1}$ ، $(\Delta): y=-x+2$ حيث $x\in\mathbb{R}-\{-1\}$

www.math-helib.com

**ملاحظة :** إذا كانت $f(x)=ax+b+g(x)$

و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=0$ فان المستقيم ذا المعادلة : $y=ax+b$ مقارب بجوار $+\infty$

و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=c$ فان المستقيم ذا المعادلة : $y=ax+b+c$ مقارب بجوار $+\infty$

**تطبيقات :**

1) في كل مما يأتي اوجد معادلة $(\Delta)$ المستقيم المقارب لـ $(C_f)$ مع التعليل ، ثم ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى $(\Delta)$.

1) $f(x)=-2x+3+\dfrac{x}{x^2-1}$ ، 2) $f(x)=2x-1-\dfrac{1}{x+1}$ ، 3) $f(x)=1+\dfrac{1}{x+2}$

4) $f(x)=3x+1+\dfrac{-x+1}{x^2+2}$ ، 5) $f(x)=x+\dfrac{x+1}{x^2+1}$ ، 6) $f(x)=-x+1+\dfrac{4}{2-x}$

7) $f(x)=-x+1+\dfrac{3x+1}{x+2}$ ، 8) $f(x)=\frac{1}{2}x-2+\dfrac{x+1}{x-3}$ ، 9) $f(x)=-2+\dfrac{2x+1}{x-3}$

## الاشتقاق

**احسب الدالة المشتقة للدالة $f$ في الحالات التالية**

| | | |
|---|---|---|
| $f(x)=ax+b$ | $f(x)=-3x-\sqrt{2}$ | $f(x)=2x+2$ |
| $f(x)=2x^2+3x$ | $f(x)=\frac{1}{2}x^4+3x^2+2$ | $f(x)=\dfrac{3x+1}{2x+5}$ |
| $f(x)=\dfrac{5}{4x+2}$ | $f(x)=\dfrac{x}{1-x}$ | $f(x)=2x^3+3x^2+\sqrt{2}x$ |
| $f(x)=(3x-1)^2$ | $f(x)=\dfrac{x^2+2x-3}{3x+2}$ | $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x+1}$ |
| $f(x)=(x+1)^3$ | $f(x)=2x-3-\dfrac{2}{x-4}$ | $f(x)=-4x$ |
| $f(x)=\dfrac{6x+3}{(x-2)^2}$ | $f(x)=\frac{1}{2}x^4+2x+\dfrac{1}{-x+3}$ | $f(x)=\sqrt{3x+1}$ |
| $f(x)=\dfrac{x+3}{-x+1}$ | $f(x)=\dfrac{x^3+3x^2+6x+3}{(x+1)^2}$ | $f(x)=x\sqrt{x}$ |

**التمرين 01 :** $a$ و $b$ عددان حقيقيان .

نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\dfrac{3x^3+ax+b}{x^2+1}$ نسمي $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في معلم .

هل يوجد عددان $a$ و $b$ حيث تكون لمماس المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ ،

معادلة $y=4x+3$ عند نقطة ذات الفاصلة 0 ؟

**التمرين 02**

I ) نعتبر الدالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بــ: $g(x)=-x^3+6x^2-13x+8$

- أحسب $g(1)$ ثم استنتج تحليلا لـ $g(x)$

- ادرس إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II ) $f$ الدالة العددية المعرفة على $D_f=\mathbb{R}-\{2\}$ بــ: $f(x)=-x+1+\dfrac{x-1}{(x-2)^2}$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلي معلم متعامد و متجانس

1) ادرس نهايات الدالة $f$ عند إطراف مجموعة التعريف

2) بين انه من اجل كل $x$ من $D_f$ : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x-2)^3}$

- استنتج اتجاه تغير الدالة $f$

3) بين أن المستقيم $(\Delta)$ الذي معادلته : $y=-x+1$ مقارب للمنحنى $(C_f)$ عند $-\infty$ و $+\infty$

ثم ادرس وضعية $(\Delta)$ بالنسبة إلى $(C_f)$

4) أكتب معادلة المماس لـ $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 3

5) أنشئ $(C_f)$

6) ناقش بيانا وحسب قيم الوسيط الحقيقي $k$ عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=k$

III ) $h$ الدالة المعرفة على $D_h=\mathbb{R}-\{2\,;-2\}$ بـ: $h(x)=-|x|+1+\dfrac{|x|-1}{(|x|-2)^2}$

-1 بين أن الدالة $h$ زوجية

-2 تحقق انه من أجل $x$ من $[0;2[\cup]2;+\infty[$ : $f(x)=h(x)$

-3 أرسم منحنى الدالة $h$ .