

الموضوع 01التمرين الأول

الجزء الأول :

h الدالة العددية المعرفة على $] -1; +\infty[$ كما يلي $h(x) = x^2 + 2x + \ln(x+1)$

1- احسب $\lim_{x \rightarrow -1} h(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$.

2 - بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $] -1; +\infty[$: $h'(x) = \frac{1+2(x+1)^2}{x+1}$

واستنتج اتجاه تغير الدالة h ثم أنجز جدول تغيراتها .

3 - أحسب $h(0)$ واستنتج إشارة $h(x)$ حسب قيم x

الجزء الثاني : لتكن f دالة معرفة على $] -1; +\infty[$ كما يلي $f(x) = x - 1 - \frac{\ln(x+1)}{x+1}$

نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
1 أ) احسب : $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ثم فسر هذه النتيجة بانيان .

ب) باستخدام النتيجة $\lim_{u \rightarrow +\infty} \frac{\ln u}{u} = 0$ واستنتج : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ج) احسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x-1)]$ واستنتج وجود مستقيم مقارب للمنحنى (C_f)

د) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل

2 بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $] -1; +\infty[$ $f'(x) = \frac{h(x)}{(x+1)^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3. بين أن المنحنى (C_f) يقطع المستقيم ذو المعادلة $y = 2$ عند نقطة فاصلتها محصورة بين 3,3 و 3,4

4 ارسم (C_f) .

5 احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمتان التي معادلاتها :

$$y = x - 1, \quad x = 0 \quad \text{و} \quad x = 1$$

التمرين الثاني

(u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $u_0 = e^2$ ومن اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n = \sqrt{\frac{u_{n-1}}{e}}$.

(v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n = \frac{1}{2} \ln u_n + \frac{1}{2}$

1 بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، ثم أحسب حدها الأول .

2 أكتب v_n بدلالة n ، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

3 احسب بدلالة n المجموع S_n ، حيث : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

4 احسب بدلالة n الجداء P_n ، حيث : $P_n = u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n$ ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} P_n$.

الموضوع 02

التمرين الاول

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة $f(x) = (x+a)e^{-x} + b$ بالعبارة (C_f) وليكن b, a عدنان حقيقيان وتمثيلها البياني في المستوى المنسوب للمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

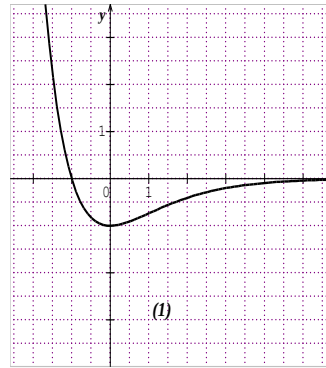
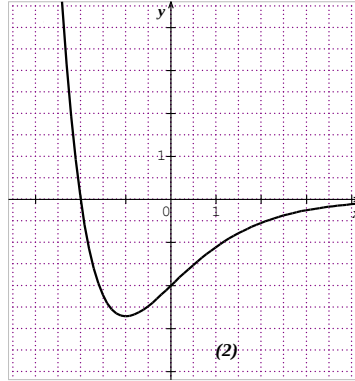
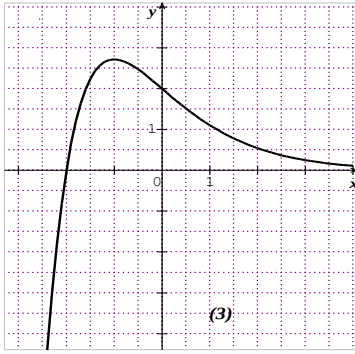
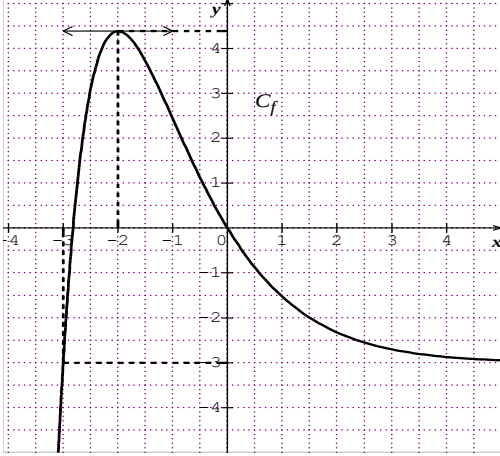
(1) بقراءة بيانية للمنحني (C_f)

(أ) عين $f(-3)$ ، $f(0)$ ، $f'(-2)$

(ب) عين حسب قيم x إشارة $f'(x)$

(ج) من بين المنحنيات الثلاث (1)، (2)، (3)

عين مع التبرير (المنحني الممثل للدالة f' مشتق الدالة f).



2. (أ) بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f(x) = (x+3)e^{-x} - 3$

(ب) شكل جدول تغيرات الدالة f .

(ج) بين أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب يطلب تعيين معادلة له.

(د) بين أن المعادلة $f(x) = -2$ تقبل في المجال $[0; +\infty[$ حلا وحيدا α محصور بين 1,50 و 1,52.

(3) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = (-x-4)e^{-x}$ وليكن I العدد الحقيقي حيث : $I = \int_{-2}^0 f(x) dx$

(أ) أحسب $g'(x)$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

أعط تفسيرا بيانيا للعدد I مبررا الحصر التالي $4,5 < I < 5$ باعتبارات بيانية محضة

التمرين الثاني

n عدد طبيعي أكبر تماما من 1

يحتوي صندوق على 3 كرات سوداء و n كرة بيضاء؛ كلها متميزة عند اللمس. نسحب من هذا الصندوق عشوائيا و في آن واحد كرتين.

1- احسب بدلالة n احتمال الحصول على: أ- كرتين من لونين مختلفين ، ب - كرتين بيضاوين ج - كرة سوداء على الأقل

2- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات السوداء المسحوبة

أ - عين قيم المتغير العشوائي X ثم عرّف قانون احتماله.

ب - أحسب بدلالة n الأمل الرياضي $E(n)$ للمتغير العشوائي X

ج - عين العدد n حتى يكون $E(n)=1$



التمرين الثالث

يحتوي كيس على 12 قريصة لا نفرق بينها عند اللمس. ثلاث منها تحمل الرقم 4، أربع تحمل الرقم 5 و البقية تحمل الرقم 6.

1. نسحب من هذا الكيس بصفة عشوائية قريصتين دفعة واحدة.

أ. احسب احتمال الحصول على قريصتين مجموع رقميهما أكبر من أو يساوي 10

ب. احسب احتمال الحصول على قريصتين تحمل كل منهما رقما زوجيا.

2. نسحب من الكيس بصفة عشوائية قريصتين على التوالي دون إرجاع القريصة المسحوبة إلى الكيس قبل السحب الموالي.

أ. احسب احتمال الحصول على قريصتين تحملان الرقم 5.

احسب احتمال الحصول على قريصتين لا تحمل أي منهما رقما فرديا

الموضوع 03التمرين الأول :

(I) g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = -4 + (4 - 2x)e^x$.

1- ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .

2- بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدها معدوم و الآخر α . حيث $1.59 < \alpha < 1.60$.

3- استنتج إشارة $g(x)$.

(II) f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = \frac{2x-2}{e^x-2x}$ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلي

المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$)

1- بين أن (C_f) يقبل عند $-\infty$ و $+\infty$ مستقيمين مقاربين معادلتاهما على الترتيب $y = -1$ و $y = 0$.

2- أ) برهن انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - 2x)^2}$.

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

ج) أحسب $f(1)$ ، ثم استنتج ، حسب قيم x ، إشارة $f(x)$.

3 - أ) بين أن : $f(\alpha) = -1 + \frac{1}{\alpha - 1}$ ب) استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2})

ج) ارسم (C_f) .

4- ناقش بيانها ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وإشارة حلول المعادلة : $2x - 2 = (e^x - 2x)(m + 1)$

5- h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x) = [f(x)]^2$

أ) أحسب $h'(x)$ بدلالة كل من $f(x)$ و $f'(x)$ ثم استنتج إشارة $h'(x)$. ب) شكل جدول تغيرات الدالة h .

التمرين الثاني :

(1) (u_n) متتالية حسابية متناقصة معرفة على N بعدها الأول u_0 و أساسها r

$$\begin{cases} u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 210 \\ u_1 + u_2 + u_3 = 24 \end{cases}$$

أ- عين u_0 و r علما ان :

ب- اكتب u_n بدلالة n ثم احسب المجموع $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

(2) نعتبر (v_n) المتتالية المعرفة كما يلي : $v_n = e^{14-3n}$ حيث e أساس اللوغاريتم النيبيري

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب أساسها q و بعدها الأول v_0 ثم احسب : $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$

ب- احسب بدلالة n المجموع : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

ثم احسب الجداء $P_n = v_0 \times v_1 \times \dots \times v_n$

ج- احسب : $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} P_n$.

الموضوع 04**التمرين الأول**

في كل حالة من الحالات الآتية اقترحت ثلاث إجابات واحدة منها فقط صحيحة ، عين الاقتراح الصحيح مع التبرير .

(1) A و B حادثتان مستقلتان إذا كان : $P(A \cap B) = 0,03$ و $P(A) = 0,4$ فان :

(أ) $P(B) = 0,43$ (ب) $P(B) = 0,075$ ، (ج) $P(B) = 0,37$

(2) A و B حادثتان . إذا كان : $P(A \cap B) = \frac{3}{100}$ و $P_A(B) = \frac{1}{4}$ فان :

(أ) $P(A) = \frac{3}{25}$ (ب) $P(A) = \frac{4}{25}$ (ج) $P(A) = \frac{3}{300}$

(3) A و B حادثتان . إذا كان : $P(A) = 0,4$ و $P(B) = 0,5$ و $P(\overline{A \cup B}) = 0,55$ فان :

(أ) $P(A \cap B) = 0,2$ (ب) $P(A \cap B) = 0,45$ (ج) $P(A \cap B) = 0,9$

x_i	-2	-1	α	3
$P(X = x_i)$	0,12	0,50	β	0,30

(4) الجدول التالي يعرف قانون احتمال تجربة عشوائية .

قيمتا α و β حتى يكون الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X يساوي 0,32 هما :

(أ) $\alpha = 1$ و $\beta = 0,08$ (ب) $\alpha = 2$ و $\beta = 0,03$ (ج) $\alpha = 2$ و $\beta = 0,08$

التمرين الثاني

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = (\ln(x))^2 + 2 \ln(x) - 3$

(C_f) تمثيلها البياني معلم متعامد ومتجانس ($O; \vec{i}, \vec{j}$)

(1) (أ) حل في المجال $]0; +\infty[$ المعادلة $f(x) = 0$. فسر النتيجة هندسيا .

(ب) حل $f(x)$ إلى جداء عاملين .

(ج) حل في المجال $]0; +\infty[$ المتراجحة : $2 \ln(x) + 2 \geq 0$

(2) أحسب $f'(x)$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f .

(3) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثيتها .

التمرين الثالث

في كل حالة من الحالات الثلاث الآتية توجد ثلاث اقتراحات من بينها واحد فقط صحيح ، حدد الاقتراح الصحيح في كل حالة مع التبرير .

(1) مجموعة حلول المتراجحة : $\ln(-3x+2) \leq \ln 3$ هي : أ. $[-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}]$ ، ب. $[-\frac{1}{3}; +\infty[$ ، ج. $\mathbb{R}$

(2) لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بالعلاقة $f(x) = \frac{1}{x}$. الدالة الأصلية F للدالة f على المجال

$]0; +\infty[$ و التي تنعدم من اجل $x = e$ معرفة كما يلي :

أ. $F(x) = e^{-2} - \frac{1}{x^2}$ ، ب. $F(x) = -1 + \ln x$ ، ج. $F(x) = \ln x$

(3) القيمة المتوسطة للدالة $g : x \mapsto \frac{x^2}{4}$ على المجال $[-2; 2]$ تساوي أ. $\frac{4}{3}$ ، ب. 3 ، ج. $\frac{1}{3}$